

UNIWERSYTET ZIELONOGÓRSKI  
Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska  
Instytut Budownictwa  
Zakład Mechaniki Budowli



**Arkadiusz Denisiewicz**

AUTOREFERAT ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

*Modelowanie dwuskalowe związków konstytutywnych betonu  
z proszków reaktywnych i ich walidacja doświadczalna*

PROMOTOR: **prof. dr hab. inż. Mieczysław Kuczma**

RECENZENCI: **prof. dr hab. inż. Józef Jasiczak**  
**prof. dr hab. inż. Romuald Świtka**

Zielona Góra 2013

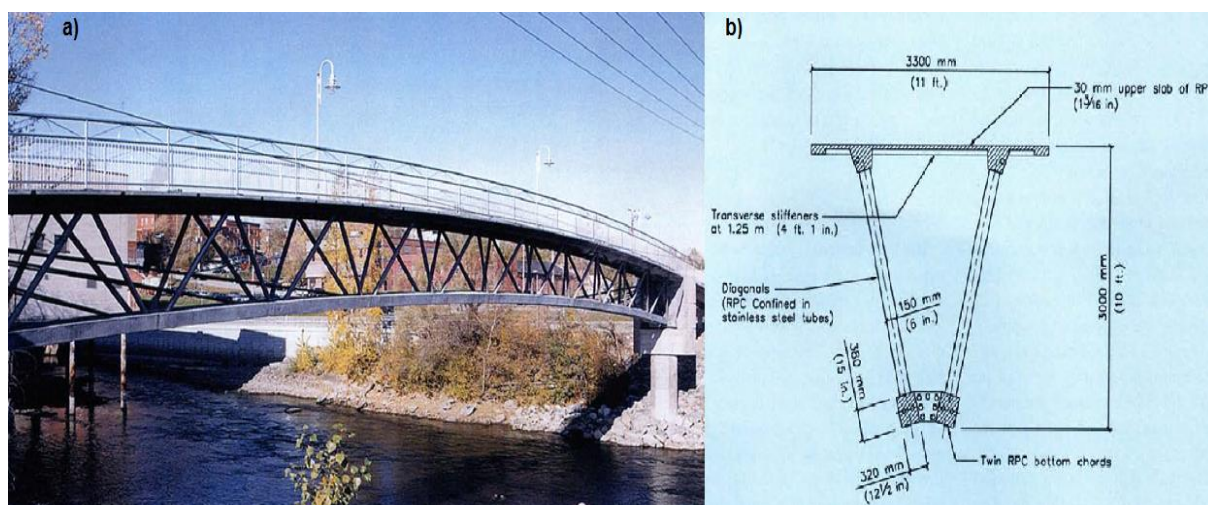
## Spis treści

1. Wstęp.....	3
2. Cel, zakres i tezy pracy .....	5
3. Metodyka badań .....	6
3.1. Charakterystyka przedmiotu badań – beton z proszków reaktywnych .....	6
3.2. Zastosowany aparat analizy numerycznej .....	7
3.3. Rodzaj i sposób prowadzenia badań doświadczalnych .....	10
4. Wyniki badań .....	13
4.1. Symulacje numeryczne .....	13
4.2. Badanie wytrzymałości na ściskanie i wyznaczenie współczynnika Poissona .....	16
4.3. Badanie wytrzymałości na zginanie .....	18
4.4. Trójpunktowe zginanie belek – wyznaczanie modułu Younga.....	20
4.5. Faza zniszczenia .....	22
5. Walidacja modelu betonu BPR .....	23
6. Wnioski końcowe i kierunki dalszych badań.....	26

## 1. Wstęp

Ciągły i nieustający rozwój cywilizacyjny stawia przed nowoczesnymi materiałami stosowanymi w różnych dziedzinach działalności człowieka coraz to większe wymagania pod względem jakości, wytrzymałości i trwałości. Jednym z najstarszych materiałów budowlanych podlegających temu rozwojowi jest beton znany już w starożytności.

Betony z proszków reaktywnych (*ang. Reactive Powder Concrete RPC*) w skrócie BPR powstały w wyniku eliminowania wad betonów tradycyjnych i są zaliczane do grupy materiałów ultrawysokowartościowych. BPR jest materiałem stosunkowo młodym. Po raz pierwszy został użyty w 1997 r. do wybudowania kładki pieszo-rowerowej w miejscowości Sherbrooke w Kanadzie (rys. 1.1).



Rysunek 1.1 Kładka pieszo-rowerowa w miejscowości Sherbrooke w Kanadzie, a) widok, b) przekrój poprzeczny przęsła, Źródło: P. Y. BLAIS and M. COUTURE, Prestressed Pedestrian Bridge – World's First Reactive Powder Concrete Structure., PCI Journal (1999).

Beton tego typu charakteryzuje się bardzo dobrymi właściwościami mechanicznymi i fizycznymi. Stosując odpowiednie zabiegi pielęgnacyjne i specjalnie skomponowany skład P. RICHARD i M. CHEYREZY otrzymali materiał o wytrzymałości na ściskanie w granicach 810 MPa. Jest to wartość nieosiągalna dla wielu gatunków stali. Biorąc pod uwagę pozostałe właściwości fizyczne i mechaniczne BPR, możemy mówić o materiale budowlanym XXI wieku. Określany często mianem kompozytu cementowego lub ceramiki niskotemperaturowej. Pomimo wielu zalet betony z proszków reaktywnych posiadają również wady. Najpoważniejszą z nich jest koszt wytworzenia takiego materiału. Niestety ciągle stosunkowo wysoki w porównaniu do betonów tradycyjnych. Jest to podstawowy czynnik hamujący upowszechnienie tego materiału na szeroko pojętym rynku materiałów budowlanych. Nie bez znaczenia jest również czynnik psychologiczny. Mam tu na myśli fakt, iż projektanci mają obawy przed stosowaniem w odpowiedzialnych konstrukcjach materiału, który można określić, jako żelbet bez klasycznego zbrojenia, ponieważ betony BPR w odróżnieniu od tradycyjnych do przenoszenia istotnych naprężeń rozciągających pochodzących od zginania elementów konstrukcyjnych nie potrzebują klasycznego zbrojenia w postaci prętów stalowych. Do dzisiaj na całym świecie trwają intensywne badania nad betonami typu BPR, pomimo upływu 15-tu

lat od pierwszego zastosowania tematyka nie została wyczerpana. Zdecydowana większość prac powstająca w tym zakresie dotyczy badań eksperymentalnych, które mają dać odpowiedzi na pytania bardzo istotne z punktu widzenia inżynierii materiałowej. Omawiana rozprawa jest próbą zbudowania modelu betonu z proszków reaktywnych, który może posłużyć do optymalnego projektowania składu tego materiału i analizowania konstrukcji projektowanych przy jego zastosowaniu. Czyli ma odpowiedzieć na te same pytania, co kosztowne badania eksperymentalne przy zdecydowanie mniejszym nakładzie czasu i środków finansowych.

Badania doświadczalne, które są częścią pracy, mające dostarczyć danych do walidacji modelu numerycznego zostały wykonane na nowoczesnych urządzeniach zakupionych w ramach projektu „*Nowe laboratorium Instytutu Budownictwa Uniwersytetu Zielonogórskiego*”. Zadanie finansowane było przez Unię Europejską jako Sektorowy Program Operacyjny Wzrost Konkurencyjności Przedsiębiorstw (SPO-WKP) oraz budżet państwa. Kierownik projektu prof. dr hab. inż. Mieczysław Kuczma.



UNIA DLA PRZEDSIĘBIORCZYCH  
PROGRAM KONKURENCYJNOŚĆ



Praca została zrealizowana dzięki finansowaniu ministerialnemu w ramach działalności statutowej - młoda kadra 2011 – 2012 projekty badawcze:

- Modelowanie struktury oraz właściwości fizycznych i mechanicznych betonów z proszków reaktywnych metodą numerycznej homogenizacji. Zadanie związane z rozwojem specjalności: metody komputerowe mechaniki i konstrukcji. Projekt na rok 2011 / 506-07-01-53 MNiSW.
- Algorytm dwuskalowej numerycznej homogenizacji betonów z proszków reaktywnych. Zadanie związane z rozwojem specjalności: metody komputerowe mechaniki i konstrukcji. Projekt na rok 2012 / 506-07-01-02 MNiSW.

oraz stypendium dla doktorantów przyznanego przez Urząd Marszałkowski Województwa Lubuskiego w ramach projektu systemowego „*Stypendia naukowe dla doktorantów kształcących się na kierunkach uznanych za szczególnie istotne z punktu widzenia rozwoju Województwa Lubuskiego, realizowanego z Poddziałania 8.2.2 Regionalne Strategie Innowacji, Działania 8.2 Transfer wiedzy, Priorytetu VIII Regionalne Kadry Gospodarki Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki*”



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



Lubuskie  
Warte zachodu

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## 2. Cel, zakres i tezy pracy

Praca dotyczy kilku aspektów związanych z modelowaniem i technologią wykonania materiałów niejednorodnych, jakimi są betony z proszków reaktywnych (BPR):

- Pierwszym celem pracy jest opracowanie makroskopowego modelu konstytutywnego betonu z proszków reaktywnych (BPR) przy zastosowaniu techniki modelowania dwuskalowego (numerycznej homogenizacji), który na podstawie analizy mikrostruktury materiału pozwoli na wyznaczenie efektywnych parametrów materiałowych w skali makro. Budowany model dotyczyć będzie liniowo – sprężystego zakresu pracy materiału w płaskim stanie naprężenia.
- Drugim celem omawianej rozprawy jest opracowanie programu komputerowego w języku programowania FORTRAN, który pozwoli na losowe wygenerowanie modelu mikrostruktury BPR na podstawie składu ilościowego mieszanki betonowej oraz umożliwi dwuskalową analizę konstrukcji inżynierskich z niego wykonanych. Ważną, choć mało obszerną częścią tego zadania jest zrównoleglenie kodu źródłowego programu pod kątem wykorzystania do obliczeń możliwości procesorów wielordzeniowych.
- Trzeci aspekt to przeprowadzenie szeregu symulacji numerycznych w celu sprawdzenia poprawności działania opracowanego programu komputerowego w zakresie mikro, jaki i makroanalizy.
- Kolejny cel to przygotowanie i przeprowadzenie badań laboratoryjnych, które w głównej mierze mają dostarczyć danych potrzebnych do walidacji modelu numerycznego. Drugi wątek badań związany jest z technologią wykonania betonu BPR a dotyczy sprawdzenia możliwości wykonania takiego materiału w „warunkach placu budowy”, tzn. bez stosowania mieszarek intensywnych lub próżniowych oraz bez wykonywania zabiegów pielęgnacyjnych (obróbka ciepło – wilgotnościowa, ciśnieniowa).
- Ostatnie zadanie, jakie sobie postawiono to zebranie danych dotyczących nieliniowego zakresu pracy belek zginanych wykonanych z BPR oraz przebiegu procesu zniszczenia. Zgromadzone wyniki mają posłużyć dalszym badaniom nad rozbudową modelu o zakres nieliniowy i modelowanie zniszczenia (*ang. damage model*).

W pracy można wyróżnić dwie zasadnicze tezy:

**Teza I** – Możliwe jest efektywne wyznaczenie makroskopowych związków konstytutywnych dla betonu z proszków reaktywnych na podstawie analizy jego mikrostruktury za pomocą modelowania dwuskalowego (numerycznej homogenizacji).

**Teza II** – Możliwe jest wykonanie betonu typu BPR o parametrach pozwalających zakwalifikować go do grupy materiałów bardzo wysokowartościowych, używając do procesu mieszania zwykłą betoniarkę wolnospadową i nie stosując specjalnych zabiegów pielęgnacyjnych w postaci obróbki ciepło – wilgotnościowej i ciśnieniowej.

### 3. Metodyka badań

Badania podzielono na dwie zasadnicze grupy:

- Symulacje numeryczne, które mają na celu sprawdzenie poprawności działania programu komputerowego CH\_v\_1.4.2, w którym zaimplementowano opracowany model numeryczny BPR. Drugie zadanie to analiza numeryczna pełnowymiarowych belek wykonanych z dwóch mieszanek betonu z proszków reaktywnych oraz dowiedzenie tezy I postawionej w pracy.
- Badania doświadczalne, które mają na celu dostarczyć danych potrzebnych do walidacji modelu teoretycznego, wyznaczenie parametrów wytrzymałościowych wykonanego materiału, dowiedzenie tezy II postawionej w pracy oraz zebranie danych potrzebnych do rozbudowy modelu o zakres nieliniowy i modelowanie zniszczenia.

#### 3.1. Charakterystyka przedmiotu badań – beton z proszków reaktywnych

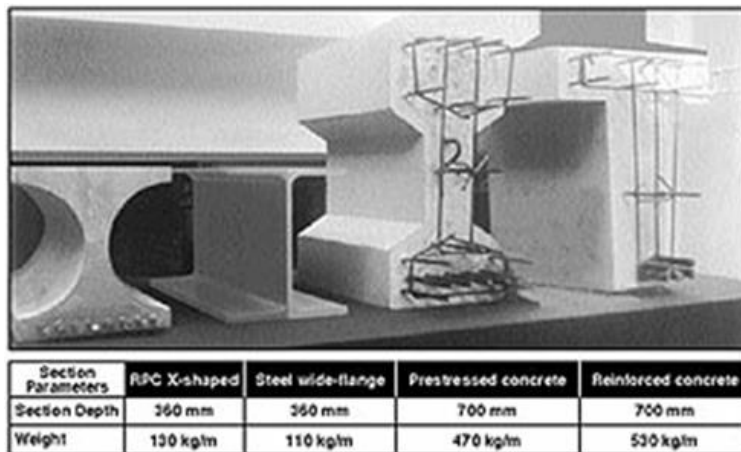
Betony z proszków reaktywnych w swoim składzie nie posiadają żadnych nadzwyczajnych składników. Cement, kruszywo, woda, dodatki (np. pył krzemionkowy) i domieszki (np. superplastyfikatory), włókna stalowe, z których składa się BPR znane są z technologii betonów tradycyjnych. Wysokie parametry wytrzymałościowe otrzymywane są dzięki odpowiedniemu doborowi składników i zabiegów pielęgnacyjnych tak, aby udoskonalić właściwości gotowego materiału głównie poprzez:

- poprawę jednorodności dzięki eliminacji ze składu grubego kruszywa i redukcję jego ilości w stosunku do matrycy cementowej,
- stosowanie maksymalnie niskiego stosunku w/s (wodno/spoiwowego),
- poprawę upakowania składników dzięki optymalnemu doborowi składu ziarnowego oraz zastosowaniu wiązania w warunkach wysokiego ciśnienia,
- poprawę mikrostruktury dzięki zastosowaniu obróbki cieplnej podczas pielęgnacji,
- zwiększenie ciągliwości poprzez wprowadzenie do składu włókien (mikrowłókien) stalowych.

Takie podejście do projektowania składu i wytwarzania BPR daje w efekcie materiał o właściwościach przewyższających znacznie betony tradycyjne i różne formy jego zastosowania: żelbet, strunobeton, kablobeton. Betony z proszków reaktywnych mogą swobodnie konkurować z jednym z najwytrzymalszych materiałów stosowanych w budownictwie a mianowicie ze stalą. Czego dobrym przykładem jest zestawienie przekrojów dźwigarów belkowych wykonanych z różnych materiałów pokazane na rys. 3.1. Wiele cennych informacji na temat betonów ultrawysokowartościowych można znaleźć w monografii J. JASICZAK, A. WDOWSKA i T. RUDNICKI, *Betony ultrawysokowartościowe. Właściwości, technologie, zastosowania*, Stowarzyszenie Producentów Cementu, Kraków, 2008.

Najważniejszym czynnikiem powodującym wysoką wytrzymałość BPR jest duże ograniczenie powstawania rys spowodowanych np. obciążeniem lub skurczem, poprzez zredukowanie maksymalnego rozmiaru ziarna kruszywa  $\leq 600 \mu\text{m}$  i zdegradowanie ich do mikro rys. Dzieje się tak, ponieważ propagacja takich spękań rozpoczyna się od styku matrycy cementowej z ziarnem kruszywa a ich wielkość jest wprost proporcjonalna do średnicy takiego sferycznego

wtrącenia. Niska porowatość a co za tym idzie duża szczelność i wytrzymałość betonów z proszków reaktywnych jest efektem dobrego skomponowania składu ziarnowego. Pyły i drobne cząstki mniejsze niż 125  $\mu\text{m}$ , ziarna cementu, pyłu krzemionkowego oraz innych obojętnych lub reaktywnych proszków tworzą szczelny stos okruchowy. Przy tak skomponowanym kruszywie ilość wody zarobowej, jaką trzeba dodać do betonu, aby otrzymać



**Comparison of beam cross sections of equal moment capacity**

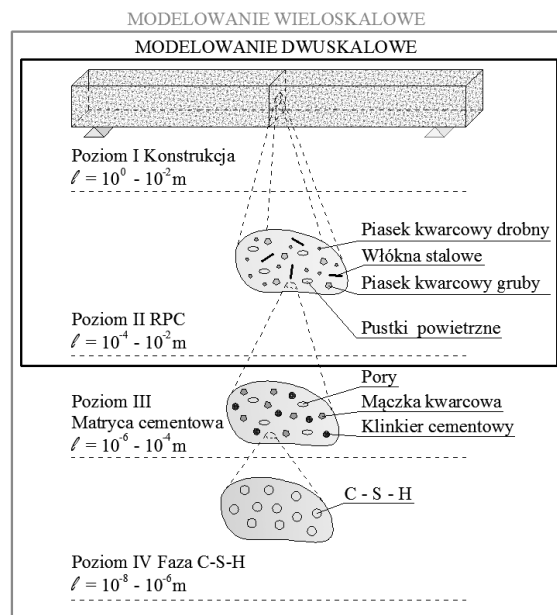
Rysunek 3.1 Belki o tej samej nośności wykonane z różnych materiałów, od lewej: BPR, stal, żelbet sprężony, żelbet. Źródło: <http://www.djc.com/special/concrete97/10024304.htm>

mieszkę o wymaganej płynności jest minimalna. Pozwala to na uzyskanie niskich stosunków wodno/spoiwowych na poziomie 0,2 i poniżej. Dodatek w postaci pyłu krzemionkowego ma podwójne zastosowanie. Pełni rolę bardzo drobnego wypełniacza i jest częścią spoiwa, ponieważ przejawia aktywność pucolanową. Efektem obecności pyłu krzemionkowego w składzie BPR jest poprawa szczelności mikrostruktury a także przyczepności kruszywa do matrycy spoiwowej. Wytrzymałość można również zwiększać poprzez poddanie świeżej mieszanki działaniu ciśnienia, co prowadzi do usunięcia większości uwięzionego powietrza, odprowadzenia nadmiaru wody, przeciwstawienia się chemicznemu skurczowi oraz zwiększenia relatywnej gęstości. Po okresie wiązania można również zastosować obróbkę cieplną polegającą na podgrzaniu materiału do temperatury 90 °C, co w istotny sposób przyspiesza reakcję pucolanową przez modyfikację struktury hydratów. Pomimo, że betony z proszków reaktywnych z definicji nie posiadają w swoim składzie grubszych frakcji kruszywa, czasami dopuszcza się stosowanie ziaren do 1 mm. Otrzymanie wytrzymałości na ściskanie powyżej 150 MPa jest również możliwe przy zastosowaniu grubszego kruszywa dlatego obecne badania nad betonami ultrawysokowartościowymi podążają dwiema ścieżkami: drobnoziarnistego i gruboziarnistego UHPC (*ang. Ultra High Performance Concrete*).

### 3.2. Zastosowany aparat analizy numerycznej

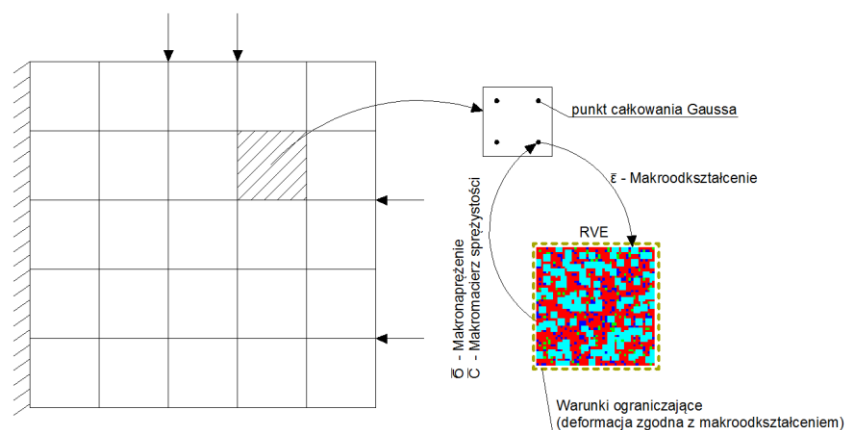
W pracy zastosowano metodę modelowania dwuskalowego często nazywaną numeryczną homogenizacją (*ang. computational homogenization*). Można ją zaszeregować do grupy metod wielkoskalowych. Metody te mają na celu opis różnych zjawisk zachodzących w ośrodkach niejednorodnych na poziomie makroskali poprzez analizowanie mikro a nawet nanostruktury takiego materiału. Szeroki przegląd dokonań ostatniej dekady w odniesieniu do modelowania betonów konstrukcyjnych można znaleźć w pracy K. MAEKAWA, T. ISHIDA, T. KISHI, *Multi-scale Modeling of Structural Concrete*, Taylor & Francis, 2009. Wraz ze wzrostem ilości

poziomów, na których prowadzona jest analiza i które są ze sobą wzajemnie powiązane rośnie stopień skomplikowania zadania (rys. 3.2).



Rysunek 3.2 Poziomy analizy

Numeryczna homogenizacja czyli dwuskalowe modelowanie efektywnych parametrów materiałowych w skali makro polega na tym, że zachowanie modelu betonu typu BPR w skali makro (skala punktu materialnego, poziom opisu fenomenologicznego) opisywane jest na podstawie zjawisk zachodzących w mikrostrukturze materiału (skala mikro), (rys. 3.3). Na obu poziomach analizy do rozwiązania zadania stosowana jest klasyczna metoda elementów skończonych w wersji przemieszczeniowej. Do każdego makro – punktu całkowania Gaussa zostaje przypisany model mikrostruktury, czyli reprezentatywny element objętościowy. Po rozwiązaniu zadania brzegowego mechaniki dla RVE zostają obliczone makronaprężenia i styczne macierze sprężystości, w przypadku, gdy model uwzględnia ewolucję mikrostruktury czyli brana jest pod uwagę nieliniowość geometryczna na poziomie mikro, lub uwzględnia się nieliniowość fizyczną składników mikrostruktury. Procedura pokazana schematycznie na rys. 3.3 prowadzona jest iteracyjnie na danym kroku obciążeniowym, aż do momentu osiągnięcia stanu równowagi.



Rysunek 3.3 Idea modelowania dwuskalowego



Takie podejście może dać możliwość optymalnego projektowania składu betonów z proszków reaktywnych oraz możliwość uwzględnienia szeregu zjawisk zachodzących w mikrostrukturze na właściwości fizyczne i mechaniczne materiału. Na przykład wpływ mikropęknięć na wytrzymałość betonu. Nie bez znaczenia jest fakt, że metoda nie wymaga znajomości równań konstytutywnych w skali makro, związki te są wyznaczane w sposób niejawni dla każdego przyrostu obciążenia (analiza nieliniowa) na podstawie numerycznego modelu reprezentatywnego elementu objętościowego RVE. Do wyznaczenia niejawnych związków fizycznych w makroskali niezbędna jest znajomość geometrii mikrostruktury, równań konstytutywnych na poziomie skali mikro oraz ich parametrów.

Na podstawie analizy dwuskalowej dla płaskiego stanu naprężenia i dla izotropowych liniowo sprężystych mikroskładników otrzymamy makro macierz sprężystości

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & 0 \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{C}_{33} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

gdzie  $\bar{C}_{11} = \bar{C}_{22} \neq 0$ ,  $\bar{C}_{12} = \bar{C}_{21} \neq 0$ ,  $\bar{C}_{33} \neq 0$  oraz zakładając ma poziomie makroskali postać macierzy sprężystości

$$\bar{\mathbf{C}} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

na podstawie rozwiązania numerycznego można wyznaczyć parametry materiałowe zhomogenizowanego ośrodka w makroskali poprzez porównanie (3.1) i (3.2)

$$\begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & 0 \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{C}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{E}}{1-\bar{\nu}^2} & \frac{\bar{\nu}\bar{E}}{1-\bar{\nu}^2} & 0 \\ \frac{\bar{\nu}\bar{E}}{1-\bar{\nu}^2} & \frac{\bar{E}}{1-\bar{\nu}^2} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{G} \end{bmatrix} \quad \text{gdzie} \quad \bar{G} = \frac{\bar{E}}{2(1+\bar{\nu})} \quad (3.3)$$

po rozwiązaniu prostego układu trzech równań z trzema niewiadomymi  $\bar{E}, \bar{\nu}, \bar{G}$  otrzymamy

$$\bar{E} = \frac{\bar{C}_{11}^2 - \bar{C}_{12}^2}{\bar{C}_{11}} \quad (3.4)$$

$$\bar{\nu} = \frac{\bar{C}_{12}}{\bar{C}_{11}} \quad (3.5)$$

$$\bar{G} = \frac{\bar{C}_{11} - \bar{C}_{12}}{2} = \bar{C}_{33} \quad (3.6)$$

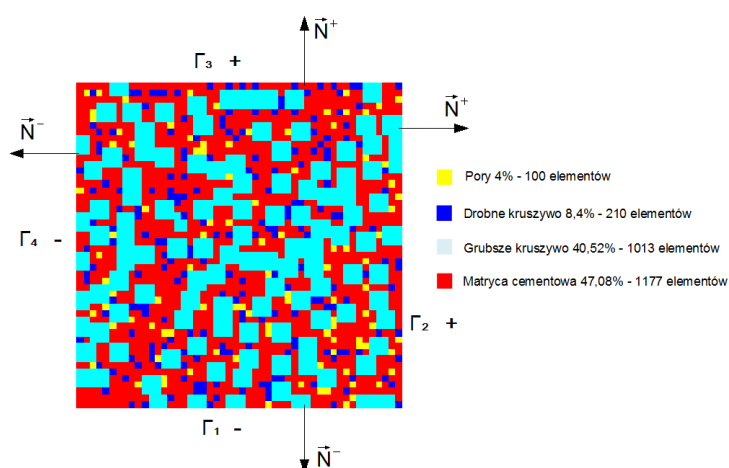
gdzie:

$\bar{E}$  - moduł Younga,

$\bar{\nu}$  - współczynnik Poissona,

$\bar{G}$  - moduł Kirchhoffa.

Na potrzeby zamodelowania mikrostruktury betonu BPR zastosowano dwuwymiarowy reprezentatywny element objętościowy (*ang. Representative Volume Element, RVE*). Komórka reprezentatywna modelowana jest za pomocą metody elementów skończonych. Element jest kwadratowy i składa się z 2500 elementów skończonych, każdy o wymiarze 0,2 x 0,2 mm. Bok RVE ma długość 10 mm i składa się z 50 elementów skończonych (rys. 3.4).



Rysunek 3.4. Reprezentatywny element objętościowy 2D

Struktura elementu reprezentatywnego budowana jest w sposób stochastyczny i jest dokładnym ilościowym odzwierciedleniem składu modelowanego materiału.

Ze względu na fakt, że w metodzie modelowania dwuskalowego musimy wymusić deformację brzegu RVE zgodnie z zadanym lub obliczonym makroodkształceniem w pracy zaproponowano autorki sposób realizacji tego zadania poprzez zastosowanie analitycznych postaci macierzy  $C_{ii}^e$ .

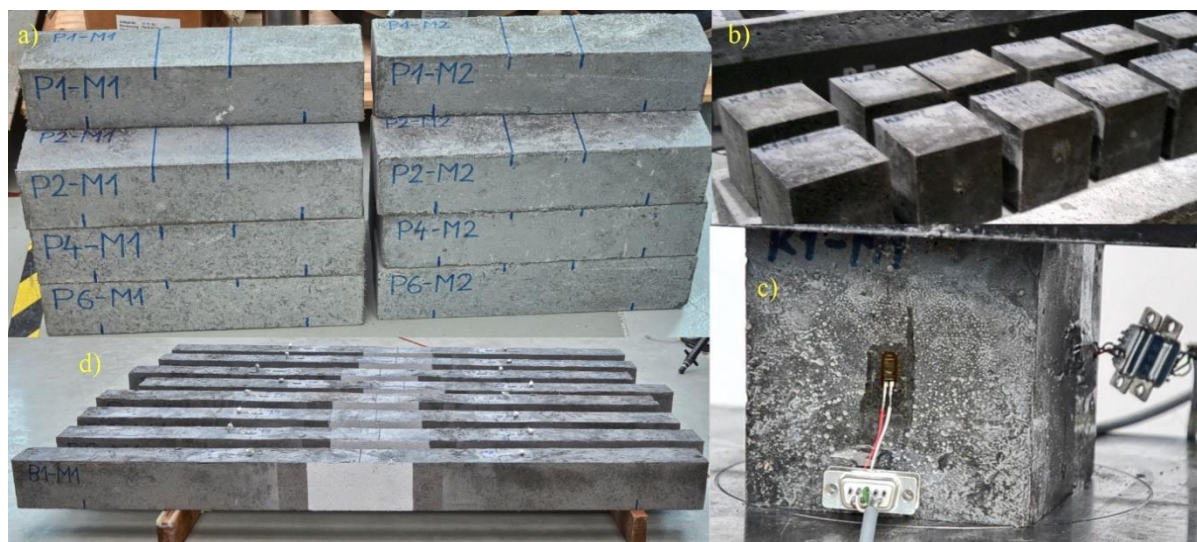
Do opracowania programu komputerowego zastosowano programowanie równoległe przy użyciu standardu OpenMP, było to podyktowane dużą czasochłonnością obliczeń. Podejście to pozwoliło na skrócenie czasu analizy dwuskalowej o około 31 % w stosunku do programowania tradycyjnego.

### 3.3. Rodzaj i sposób prowadzenia badań doświadczalnych

Do badań wytrzymałościowych przygotowano łącznie 32 próbki (tabela 3.1) wykonane z dwóch rodzajów mieszanki (tabela 3.2). Asortyment ten składa się z trzech rodzajów próbek: belki, beleczki i kostki (rys. 3.5).

Tabela 3.1 Asortyment próbek przygotowanych do badań laboratoryjnych

Rodzaj próbki	Wymiary próbki [cm]	Ilość próbek [szt.]	
		Mieszanka I	Mieszanka II
Belka	10x15x200	4	4
Belecza	10x10x46	6	6
Kostka	10x10x10	6	6
Łączna ilość próbek		32	



Rysunek 3.5 Próbki przygotowane do badań

Przyjęto następujące oznaczenia próbek:

- B1-M1 ÷ B4-M1 – belki o wymiarach 10x15x200 cm, wykonane z mieszanki I,
- B1-M2 ÷ B4-M2 – belki o wymiarach 10x15x200 cm, wykonane z mieszanki II,
- P1-M1 ÷ P6-M1 – belecza o wymiarach 10x10x46 cm, wykonane z mieszanki I,
- P1-M2 ÷ P6-M2 – belecza o wymiarach 10x10x46 cm, wykonane z mieszanki II,
- K1-M1 ÷ K6-M1 – kostki o wymiarach 10x10x10 cm, wykonane z mieszanki I,
- K1-M2 ÷ K6-M2 – kostki o wymiarach 10x10x10 cm, wykonane z mieszanki II.

Na potrzeby badań zaprojektowano dwa rodzaje mieszanki.

Tabela 3.2 Receptury

Składniki	Mieszanka I [kg/m <sup>3</sup> ]	Udział składnika [%]	Mieszanka II [kg/m <sup>3</sup> ]	Udział składnika [%]
Cement CEM I 42,5R	905	34,2	905	33,2
Pył krzemionkowy	230	8,7	230	8,4
Piasek kwarcowy 0,063 - 0,4 mm OS 36	702	26,6	330	12,1
Piasek kwarcowy 0,04 - 0,125 mm OS 38	285	10,8	285	10,5
Piasek kwarcowy 0,2 - 0,8 mm OS 30	---	---	335	12,3

Woda	260	9,8	260	9,5
Superplastyfikator Woerment FM 787	29,6	1,1	29,6	1,1
Mikrowłókna stalowe DM 6/0,17 KrampeHarex®	233	8,8	233	8,6
Włókna stalowe DW 38/1,0 N KrampeHarex®	---	---	117	4,3
Ciążar objętościowy	2645	---	2725	---

Tabela 3.3 Podstawowe parametry mieszanek

Parametr	Mieszanka I	Mieszanka II
W/C	0,29	0,29
W/S	0,23	0,23
Pk/C	0,25	0,25
Ilość superplastyfikatora w stosunku do masy cementu	3,3 %	3,3 %
Ilość superplastyfikatora w stosunku do masy spoiwa	2,6 %	2,6 %

Program badań podzielono na sześć etapów:

- 1) wykonanie zarobów próbnych w celu weryfikacji zaprojektowanych receptur,
- 2) przeprowadzenie badania wytrzymałości na ściskanie (po 7 dniach) próbek z zarobu próbnego w prasie hydraulicznej o nacisku do 3000 kN,
- 3) wykonanie docelowych próbek,
- 4) trzypunktowe zginanie aż do zniszczenia belek B1-M1 ÷ B4-M1 i B1-M2 ÷ B4-M2 na maszynie wytrzymałościowej INSTRON 8804 o nośności  $\pm 500$  kN, pomiar deformacji w strefie zniszczenia za pomocą systemu Aramis 3D oraz punktowa kontrola odkształceń przy zastosowaniu tensometrów elektrooporowych,
- 5) czteropunktowe badanie wytrzymałości na zginanie beleczek P1-M1 ÷ P6-M1 i P1-M2 ÷ P6-M2 na maszynie wytrzymałościowej INSTRON 8804 o nośności  $\pm 500$  kN,
- 6) badanie wytrzymałości na ściskanie kostek K1-M1 ÷ K6-M1 i K1-M2 ÷ K6-M2 na prasie hydraulicznej o nacisku 3000 kN z jednoczesnym pomiarem odkształceń w dwóch prostopadłych kierunkach tensometrami elektrooporowymi.

Badanie wytrzymałości na zginanie i ściskanie przeprowadzono zgodnie z polskimi normami PN-EN 12390-3, PN-EN 12390-4, PN-EN 12390-5. W tabeli 3.4 przedstawiono program według którego prowadzono próby wytrzymałościowe dla próbek B1-M1 ÷ B4-M1 i B1-M2 ÷ B4-M2. Kolorem zielonym oznaczono zakres liniowo sprężysty, kolorem pomarańczowym zakres nieliniowy oraz kolorem niebieskim próbę niszczącą.

Tabela 3.4 Programy obciążania belek

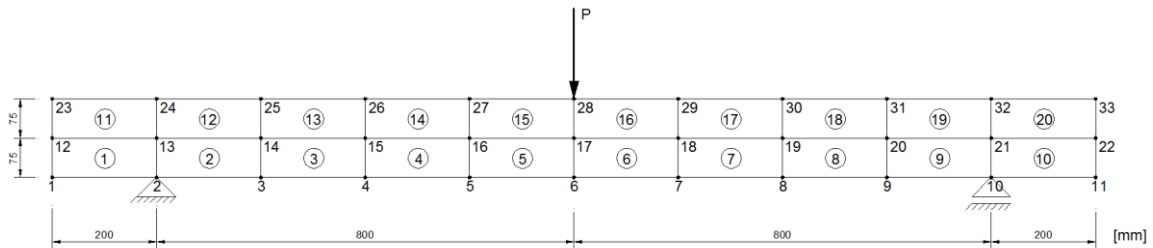
Program obciążania dla belki B1-M1		Program obciążania dla belek B2-M1, B3-M1, B4-M1		Program obciążania dla belki B1-M2		Program obciążania dla belek B2-M2, B3-M2, B4-M2	
Wymuszenie przemieszczenia [mm]	Oznaczenie próby	Wymuszenie przemieszczenia [mm]	Oznaczenie próby	Wymuszenie przemieszczenia [mm]	Oznaczenie próby	Wymuszenie przemieszczenia [mm]	Oznaczenie próby
0,1	B1-M1	0,25	B2-M1 B3-M1 B4-M1	0,25	B1-M2	0,50	B2-M2 B3-M2 B4-M2
0,2	B1-M1_2	0,25	B2-M1_2 B3-M1_2 B4-M1_2	0,25	B1-M2_2	0,50	B2-M2_2 B3-M2_2 B4-M2_2
0,3	B1-M1_3	0,50	B2-M1_3 B3-M1_3 B4-M1_3	0,50	B1-M2_3	0,75	B2-M2_3 B3-M2_3 B4-M2_3
0,4	B1-M1_4	0,75	B2-M1_4 B3-M1_4 B4-M1_4	0,75	B1-M2_4	1,00	B2-M2_4 B3-M2_4 B4-M2_4
0,5	B1-M1_5	1,00	B2-M1_5 B3-M1_5 B4-M1_5	1,00	B1-M2_5	1,25	B2-M2_5 B3-M2_5 B4-M2_5
0,6	B1-M1_6	1,25	B2-M1_6 B3-M1_6 B4-M1_6	1,25	B1-M2_6	1,50	B2-M2_6 B3-M2_6 B4-M2_6
0,7	B1-M1_7	1,50	B2-M1_7 B3-M1_7 B4-M1_7	1,50	B1-M2_7	1,75	B2-M2_7 B3-M2_7 B4-M2_7
0,8	B1-M1_8	1,75	B2-M1_8 B3-M1_8 B4-M1_8	1,75	B1-M2_8	2,00	B2-M2_8 B3-M2_8 B4-M2_8
0,9	B1-M1_9	16,0	B2-M1_9 B3-M1_9 B4-M1_9	2,00	B1-M2_9	16,0	B2-M2_9 B3-M2_9 B4-M2_9
1,0	B1-M1_10	----	----	16,0	B1-M2_10	----	----
1,2	B1-M1_11	----	----	----	----	----	----
1,4	B1-M1_12	----	----	----	----	----	----
1,6	B1-M1_13	----	----	----	----	----	----
1,8	B1-M1_14	----	----	----	----	----	----
2,0	B1-M1_15	----	----	----	----	----	----
2,2	B1-M1_16	----	----	----	----	----	----
32,0	B1-M1_17	----	----	----	----	----	----

## 4. Wyniki badań

### 4.1. Symulacje numeryczne

W pracy przeprowadzono szereg testów numerycznych, które miały na celu sprawdzenie poprawności działania opracowanego programu komputerowego do dwuskalowej analizy konstrukcji inżynierskich wykonanych z betonów BPR. Symulowano również pracę belek, które były badane laboratoryjnie. Na potrzeby analizy dwuskalowej wygenerowano za pomocą stochastycznego generatora geometrii mikrostruktury (składnik opracowanego programu komputerowego) po dziesięć RVE dla każdej mieszanki (rys. 4.2 i 4.3). Ilościowy udział poszczególnych mikrokomponentów jest dokładnym odzwierciedleniem zaprojektowanych receptur BPR (tabela 3.2). Przyjęto założenie, że w skład matrycy cementowej wchodzi: cement, pył krzemionkowy, woda oraz superplastyfikator. Parametry materiałowe mikroskładników przyjęto na podstawie literatury. Belki w makroskali modelowano

dwudziestoma prostokątnymi elementami skończonymi (rys. 4.1). Do obliczeń przyjęto jednostkową wartość obciążenia  $P = 1\text{ MN}$ .

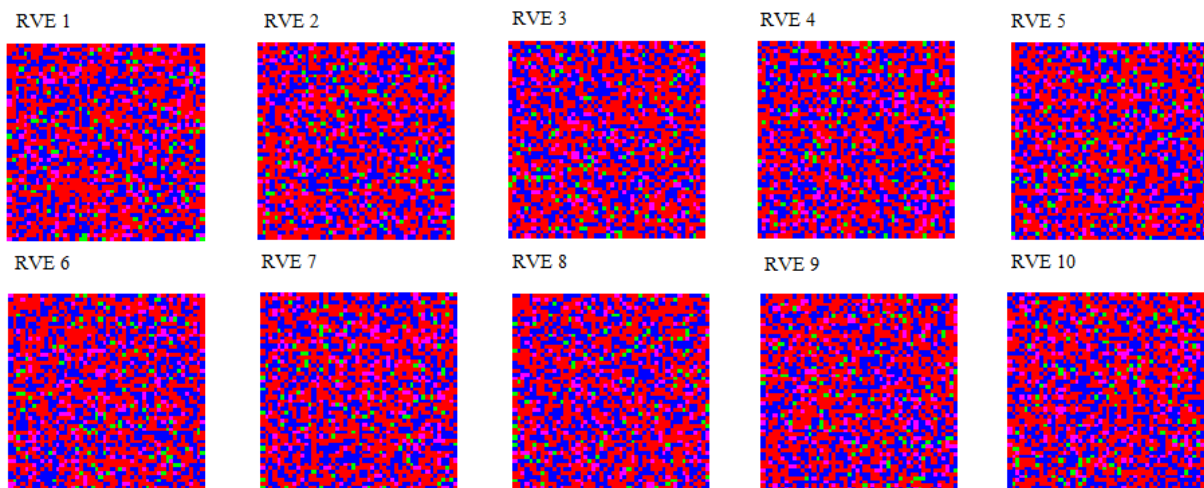


Rysunek 4.1 Dyskretyzacja belki na poziomie makro

### Mieszanka I

Przyjęto następujące oznaczenia (rys. 4.2):

- kolor czerwony reprezentuje matrycę cementową – udział ilościowy 49,8 %,
- kolor ciemno niebieski reprezentuje drobniejsze kruszywo – udział ilościowy 37,4 %,
- kolor różowy reprezentuje mikrowłókna stalowe – udział ilościowy 8,8 %,
- kolor żółty reprezentuje pory (pustki powietrzne) – udział ilościowy 4 %.



Rysunek 4.2 Losowo wygenerowane RVE (Mieszanka I).

Parametry materiałowe poszczególnych mikroskładników:

- matryca cementowa  $E = 29900\text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,24$ ;
- drobniejsze kruszywo  $E = 48200\text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,20$ ;
- mikrowłókna stalowe  $E = 205000\text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,30$ ;
- pory (pustki powietrzne) – puste miejsce, brak elementu skończonego.

W tabeli 4.1 i 4.2 zestawiono wartości parametrów konstytutywnych dla makroskali otrzymanych drogą analizy dwuskalowej odpowiednio dla belek wykonanych z mieszanki I i II.

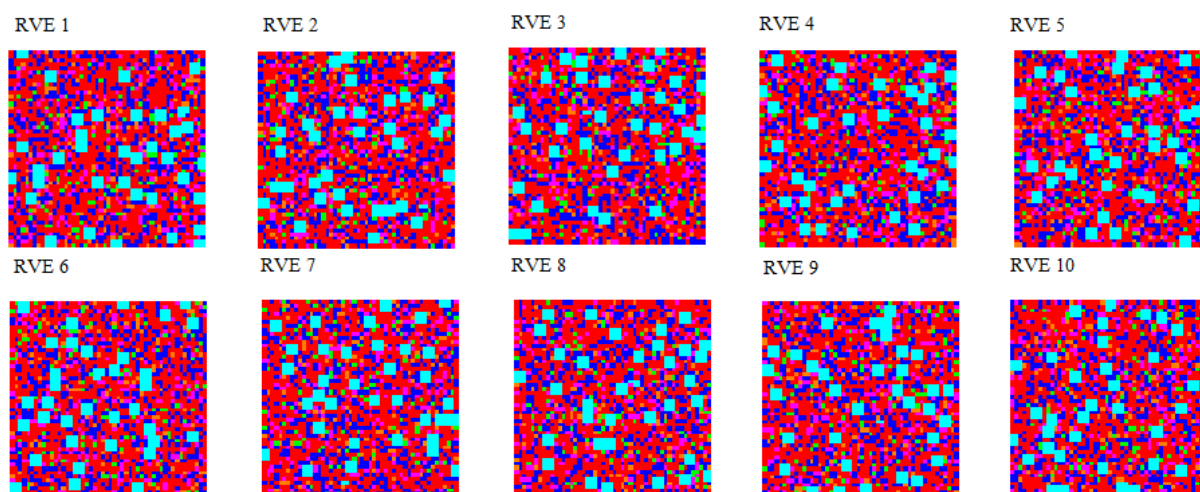
Tabela 4.1 Wartości obliczonych parametrów konstytutywnych w skali makro – mieszanka I

Oznaczenie próbki numerycznej (rys. 4.2)	Moduł Younga $\bar{E}$ [GPa]	Współczynnik Poissona $\bar{\nu}$ [-]	Moduł Kirchhoffa $\bar{G}$ [GPa]
Mieszanka I			
RVE 1	42,20	0,22	17,26
RVE 2	40,13	0,22	16,47
RVE 3	40,23	0,22	16,54
RVE 4	41,38	0,22	16,97
RVE 5	42,84	0,23	17,48
RVE 6	44,22	0,23	17,97
RVE 7	42,67	0,22	17,52
RVE 8	42,46	0,22	17,37
RVE 9	41,62	0,22	17,07
RVE 10	39,53	0,22	16,26
Wartości średnie parametrów na podstawie analizy dwuskalowej	<b>41,73</b>	<b>0,22</b>	<b>17,09</b>

## Mieszanka II

Przyjęto następujące oznaczenia (rys. 4.3):

- kolor czerwony reprezentuje matrycę cementową – udział ilościowy 48,2 %,
- kolor błękitny reprezentuje grubsze kruszywo – udział ilościowy 12,3 %,
- kolor ciemno niebieski reprezentuje drobniejsze kruszywo – udział ilościowy 22,6 %,
- kolor różowy reprezentuje mikrowłókna stalowe – udział ilościowy 8,6 %,
- kolor pomarańczowy reprezentuje włókna stalowe – udział ilościowy 4,3 %,
- kolor żółty reprezentuje pory (pustki powietrzne) – udział ilościowy 4 %.



Rysunek 4.3 Losowo wygenerowane RVE (Mieszanka II)



Parametry materiałowe poszczególnych mikroskładników:

- matryca cementowa  $E = 29900 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,24$ ;
- grubsze kruszywo  $E = 73200 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,20$ ;
- drobniejsze kruszywo  $E = 48200 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,20$ ;
- mikrowłókna stalowe  $E = 205000 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,30$ ;
- włókna stalowe  $E = 205000 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,30$ ;
- pory (pustki powietrzne) – puste miejsce brak elementu skończonego.

Tabela 4.2 Wartości obliczonych parametrów konstytutywnych w skali makro – mieszanka II

Oznaczenie próbki numerycznej (rys. 4.3)	Moduł Younga $\bar{E}$ [GPa]	Współczynnik Poissona $\bar{\nu}$ [-]	Moduł Kirchhoffa $\bar{G}$ [GPa]
Mieszanka II			
RVE 1	49,84	0,22	20,48
RVE 2	45,88	0,22	18,76
RVE 3	44,15	0,22	18,04
RVE 4	44,96	0,23	18,35
RVE 5	46,09	0,22	18,85
RVE 6	45,39	0,22	18,63
RVE 7	47,53	0,22	19,43
RVE 8	46,76	0,22	19,22
RVE 9	46,05	0,23	18,73
RVE 10	44,72	0,22	18,27
Wartości średnie parametrów na podstawie analizy dwuskalowej	<b>46,14</b>	<b>0,22</b>	<b>18,88</b>

#### 4.2. Badanie wytrzymałości na ściskanie i wyznaczenie współczynnika Poissona

Wyniki badania wytrzymałości na ściskanie próbek K1-M1 ÷ K6-M1 oraz K1-M2 ÷ K6-M2 przedstawiono w tabeli 4.3. Wartości siły niszczącej oraz wytrzymałości na ściskanie odczytywano z wyświetlacza prasy hydraulicznej. Maszyna ta oblicza wytrzymałość na ściskanie zgodnie z polską normą PN-EN 12390-3.

$$f_c = \frac{F}{A_c} \quad (4.1)$$

Gdzie:

$f_c$  - wytrzymałość na ściskanie [MPa],

$F$  - maksymalne obciążenie [N] – siła niszcząca,

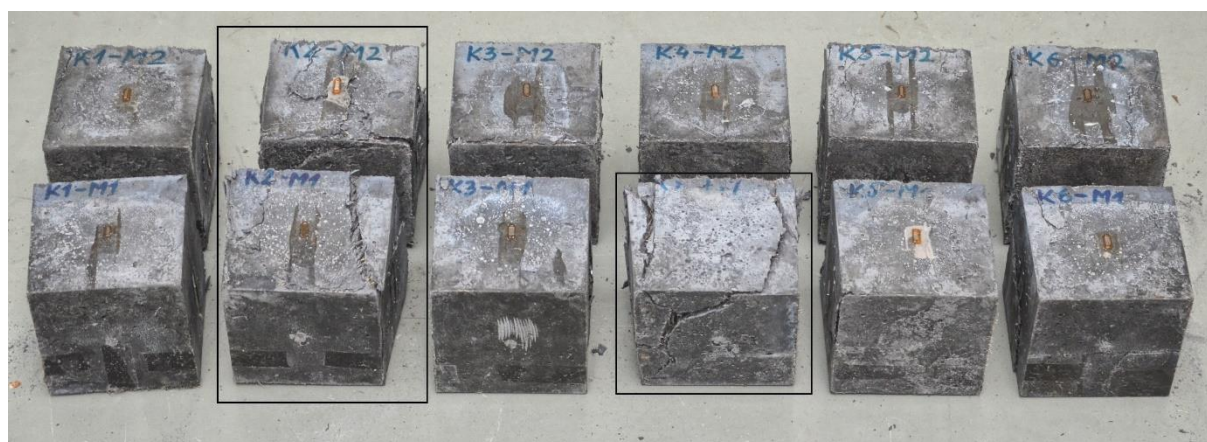
$A_c$  - pole przekroju poprzecznego próbki [mm].



Wyznaczone wartości współczynnika Poissona zestawiono w tabeli 4.4. Na rys. 4.4 pokazano zniszczone kostki. Czarną ramką oznaczono próbki K2-M1, K4-M1, K2-M2, które są wyraźnie bardziej odkształcone od pozostałych. Wynika to z faktu, iż po zakończonym badaniu ponownie obciążano te próbki, aby sprawdzić czy ulegną rozpadowi. Pomimo bardzo dużych odkształceń widocznych gołym okiem nie stwierdzono zniszczenia kostek typowego dla betonu tradycyjnego. Materiał był w stanie nadal przenosić siłę ściskającą. Pozostałe próbki poza drobnymi rysami i odpryskami nie posiadają dużych śladów zniszczenia. Duża odkształcalność przy ściskaniu betonu BPR jest efektem występowania w jego składzie sporych ilości włókien stalowych (tabela 3.2).

Tabela 4.3 Wytrzymałość na ściskanie

Numer próbki	Siła niszcząca $F$ [kN]	Wytrzymałość na ściskanie $f_c$ [MPa]
Mieszanka I		
K1-M1	1079,13	107,90
K2-M1	1044,29	104,40
K3-M1	962,88	96,29
K4-M1	1006,35	100,60
K5-M1	1134,12	113,40
K6-M1	1131,96	113,20
Wartość średnia	<b>1059,79</b>	<b>105,97</b>
Mieszanka II		
K1-M2	1428,13	142,80
K2-M2	1457,94	145,80
K3-M2	1384,86	138,50
K4-M2	1373,52	137,40
K5-M2	1386,71	138,70
K6-M2	1430,76	143,10
Wartość średnia	<b>1410,32</b>	<b>141,05</b>



Rysunek 4.4 Zniszczone kostki K1-M1 ÷ K6-M1 i K1-M2 ÷ K6-M2, (opis w tekście)

Tabela 4.4 Współczynniki Poissona dla belek wykonanych z mieszanki I i II

Oznaczenie próbki	Współczynnik Poissona	Oznaczenie próbki	Współczynnik Poissona
K1-M1	0,15	K1-M2	0,19
K2-M1	0,19	K2-M2	0,25
K3-M1	0,27	K3-M2	0,47
K4-M1	0,16	K4-M2	0,29
K5-M1	0,25	K5-M2	0,22
K6-M1	0,16	K6-M2	0,47
Wartości średnie	<b>0,20</b>		<b>0,32</b>

Zastanawiający jest wynik otrzymany dla kostek oznaczonych jako K3-M2 i K6-M2 odbiegający znacznie od pozostałych wartości. Można przypuszczać, że jest on efektem specyficznej konfiguracji włókien jaka musiała się wytworzyć podczas formowania próbek. Gdyby tych wyników nie brać pod uwagę zakładając, że są efektem uszkodzenia lub wadliwej pracy tensometrów wówczas średnia wartość współczynnika Poissona dla mieszanki II wynosiłaby 0,24. Wielkość ta jest wielce prawdopodobna biorąc pod uwagę wyniki własnych symulacji numerycznych i rezultaty badań dostępne w literaturze. Niewątpliwie właściwą odpowiedź na pytanie dlaczego pojawiły się takie rezultaty można udzielić jedynie po wykonaniu dodatkowych badań.

### 4.3. Badanie wytrzymałości na zginanie

Wartości wytrzymałości na zginanie dla poszczególnych próbek oraz wielkości uśrednione zestawiono w tabeli 4.5. Na rys. 4.5 pokazano przebieg badania dla beleczek wykonanych z mieszanki I, natomiast na rys 4.6 z mieszanki II. Na rys. 4.7 zaprezentowano zniszczone próbki jak również zbliżenia przełomów. Wytrzymałość na zginanie zgodnie z polską normą PN-EN 12390-5 dla próby czteropunktowego zginania wyznaczono z zależności

$$f_{cf} = \frac{F \cdot l}{d_1 \cdot d_2^2} \quad (4.2)$$

gdzie:

$f_{cf}$  - wytrzymałość na zginanie [MPa],

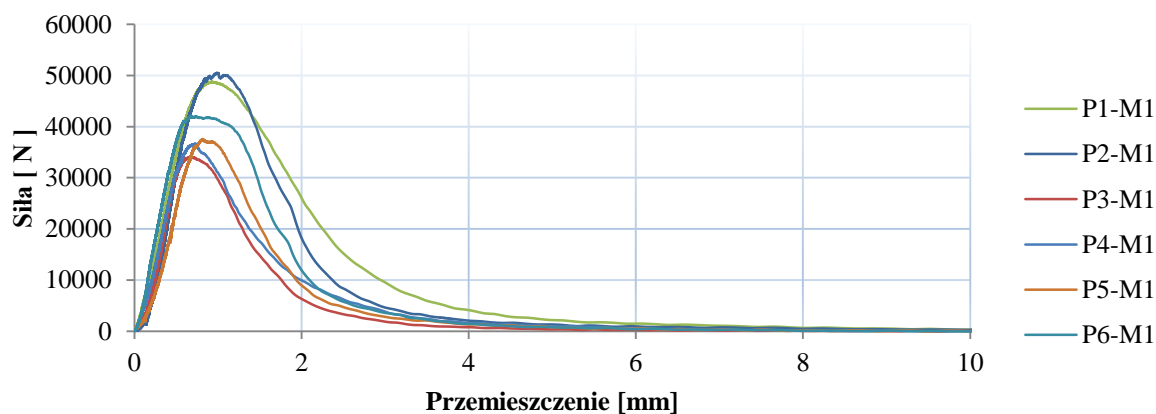
$F$  - maksymalne obciążenie [N],

$l$  - rozstaw podpór [mm],

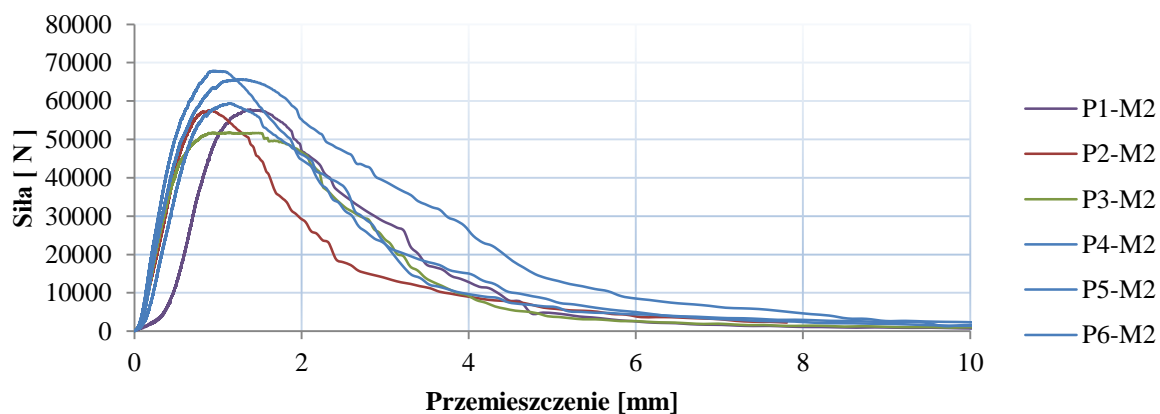
$d_1, d_2^2$  - szerokość i wysokość przekroju poprzecznego próbki [mm].

Tabela 4.5 Wytrzymałość na zginanie

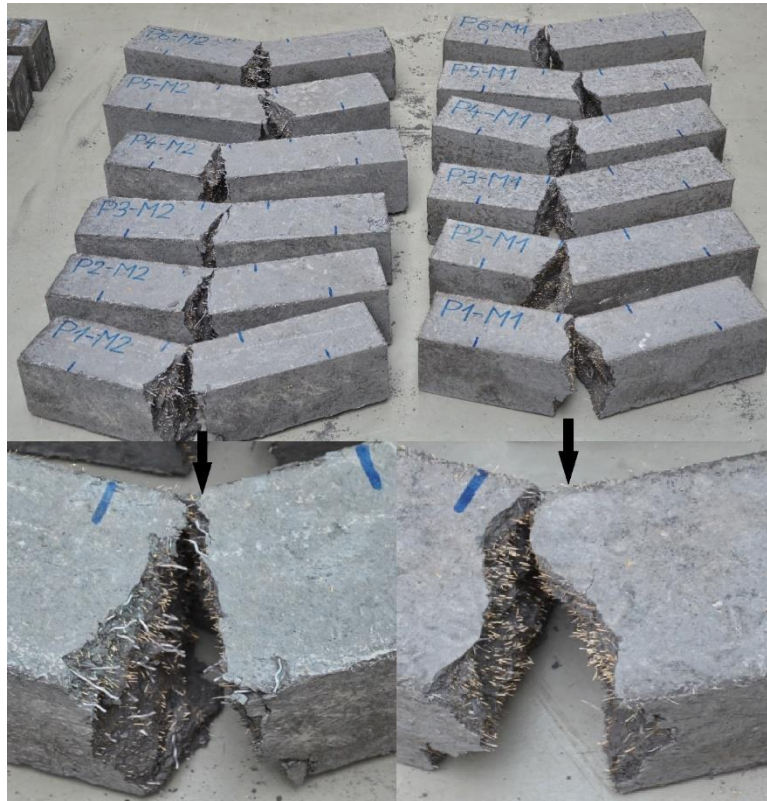
Numer próbki	Siła maksymalna $F$ [N]	Wytrzymałość na zginanie $f_{cf}$ [MPa]
<b>Mieszanka I</b>		
P1-M1	48770	14,63
P2-M1	50510	15,15
P3-M1	34160	10,25
P4-M1	36670	11,00
P5-M1	37560	11,27
P6-M1	42120	12,64
Wartość średnia	<b>41632</b>	<b>12,49</b>
<b>Mieszanka II</b>		
P1-M2	57740	17,32
P2-M2	57540	17,26
P3-M2	51780	15,53
P4-M2	59410	17,82
P5-M2	65670	19,70
P6-M2	67850	20,35
Wartość średnia	<b>59998</b>	<b>18,00</b>



Rysunek 4.5 Przebieg badania wytrzymałości na zginanie dla próbek wykonanych z mieszanki I



Rysunek 4.6 Przebieg badania wytrzymałości na zginanie dla próbek wykonanych z mieszanki II



Rysunek 4.7 Zniszczone beleczki P1-M1 ÷ P6-M1 i P1-M2 ÷ P6-M2

#### 4.4. Trójpunktowe zginanie belek – wyznaczenie modułu Younga

Badaniu poddano osiem belek B1-M1 ÷ B4-M1 i B1-M2 ÷ B4-M2 wykonanych z dwóch rodzajów mieszanki. Celem doświadczenia było wyznaczenie modułu sprężystości materiału oraz zarejestrowanie procesu zniszczenia belek podczas próby trójpunktowego zginania. Wartości makro modułu Younga wyznaczono na podstawie prawa Hooke'a.

$$\bar{\sigma} = \bar{E} \bar{\varepsilon} \Rightarrow \bar{E} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} \quad (4.3)$$

Wielkość odkształceń otrzymano na podstawie pomiarów tensometrycznych wykonywanych podczas próby obciążania belek w zakresie sprężystym. Wartość naprężenia odpowiadającego danemu odkształceniu wyznaczono ze wzoru znanego z wytrzymałości materiałów,

$$\bar{\sigma} = \frac{M}{W} \quad (4.4)$$

gdzie  $M$  to moment zginający w przekroju, w którym zamontowano tensometry. Dla badanych belek  $M = 0,4P$  oraz wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie  $W = 0,000375 \text{ m}^4$ . Ostatecznie wzór, na podstawie którego obliczano moduł sprężystości materiału ma postać

$$\bar{E} = \frac{533,33 \cdot P}{\bar{\varepsilon}} \quad (4.5)$$

W poniższych tabelach zestawiono wartości obliczone na podstawie (4.5)

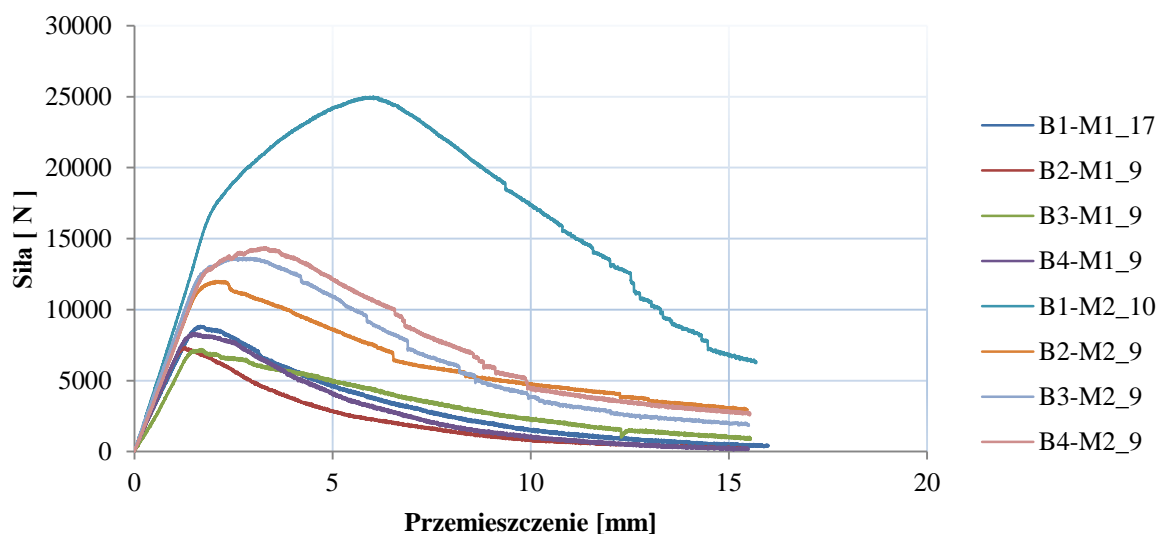
Tabela 4.6 Moduły Younga dla belek wykonanych z mieszanki I

Oznaczenie próby	$\bar{E}$ [GPa]	Oznaczenie próby	$\bar{E}$ [GPa]	Oznaczenie próby	$\bar{E}$ [GPa]	Oznaczenie próby	$\bar{E}$ [GPa]
B1-M1	40,61	----	----	----	----	----	----
B1-M1_2	41,64	B2-M1_2	38,17	B3-M1_2	41,74	B4-M1_2	45,42
B1-M1_3	39,75	B2-M1_3	38,71	B3-M1_3	42,61	B4-M1_3	42,77
B1-M1_4	42,65	B2-M1_4	41,31	B3-M1_4	42,75	B4-M1_4	45,05
B1-M1_5	41,87	B2-M1_5	42,23	B3-M1_5	45,74	B4-M1_5	44,69
B1-M1_6	41,97	----	----	----	----	----	----
B1-M1_7	43,75	----	----	----	----	----	----
B1-M1_8	42,96	----	----	----	----	----	----
B1-M1_9	44,72	----	----	----	----	----	----
B1-M1_10	43,70	----	----	----	----	----	----
Wartości średnie	<b>42,36</b>		<b>40,11</b>		<b>43,21</b>		<b>44,48</b>
	<b>42,49</b>						

Tabela 4.7 Moduły Younga dla belek wykonanych z mieszanki II

Oznaczenie próby	$\bar{E}$ [GPa]	Oznaczenie próby	$\bar{E}$ [GPa]	Oznaczenie próby	$\bar{E}$ [GPa]	Oznaczenie próby	$\bar{E}$ [GPa]
B1-M2_2	46,39	B2-M2_2	43,05	B3-M2_2	46,46	B4-M2_2	44,61
B1-M2_3	45,41	B2-M2_3	46,81	B3-M2_3	50,19	B4-M2_3	47,35
B1-M2_4	52,63	B2-M2_4	51,14	B3-M2_4	45,74	B4-M2_4	52,10
B1-M2_5	54,31	B2-M2_5	52,96	B3-M2_5	47,38	B4-M2_5	52,26
B1-M2_6	56,21	----	----	----	----	----	----
Wartości średnie	<b>50,99</b>		<b>48,49</b>		<b>47,44</b>		<b>49,08</b>
	<b>49,12</b>						

W tabelach 4.6 i 4.7 zestawiono tylko wyniki otrzymane dla liniowo – sprężystego zakresu pracy belek (tabela 3.4). Pominięto również pierwsze próby, które miały na celu likwidację „luzów” w układzie belka – maszyna wytrzymałościowa.

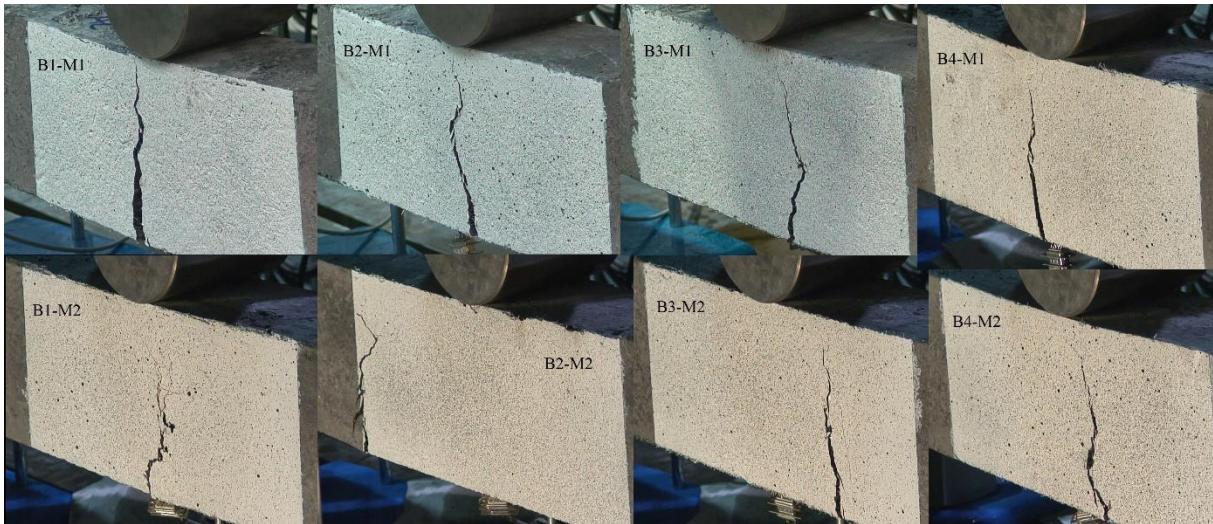


Rysunek 4.8 Wykres zbiorczy dla wszystkich belek

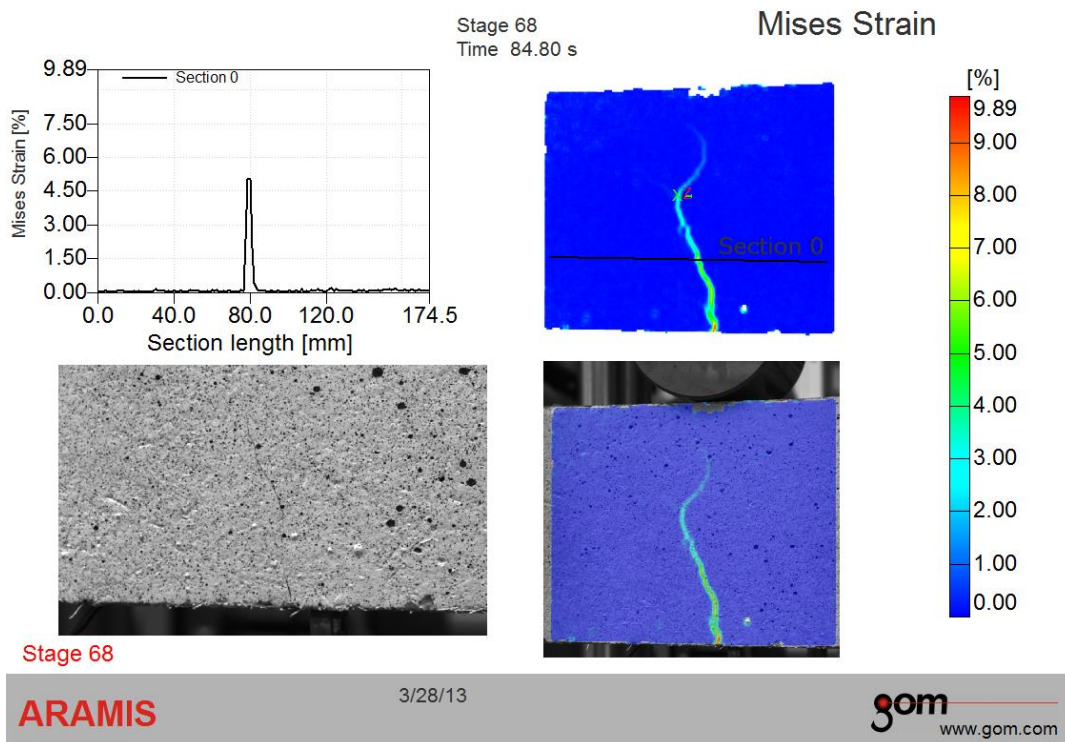


#### 4.5. Faza zniszczenia

Zgodnie z zakresem pracy przedstawionym w punkcie 2 podczas badań eksperymentalnych oprócz rejestrowania pracy belek w zakresie liniowo – sprężystym, monitorowano również fazę zniszczenia. Ze względu na fakt, iż na tym etapie badań wyniki te nie są uwzględnione w pracy (opracowany model dotyczy zakresu liniowo – sprężystego), ale badania te zostały jednak wykonane w ramach omawianej rozprawy, poniżej pokazano jedynie wycinek danych, które zgromadzono. Na rys. 4.9 widać pola pomiarowe optycznego systemu ARAMIS do pomiaru deformacji. W przypadku wszystkich belek zniszczenie następowało na skutek propagacji jednej rysy (rys. 4.10).



Rysunek 4.9 Strefa zniszczenia z polem pomiarowym systemu ARAMIS



Rysunek 4.10 Początek fazy zniszczenia belki B2-M1

## 5. Walidacja modelu betonu BPR

Walidacja – „ogół czynności mających na celu zbadanie odpowiedniości, trafności lub dokładności czegoś”. Taką definicję możemy znaleźć w słowniku języka polskiego. Walidacja modelu betonu BPR zaprezentowanego w omawianej rozprawie ma na celu sprawdzenie, czy przyjęte założenia i opracowane algorytmy pozwalają trafnie symulować zachowanie się konstrukcji wykonanych z betonów z proszków reaktywnych, pracujących w zakresach liniowo – sprężystych. W punkcie 4.1 zaprezentowano fragment wyników symulacji numerycznych belek B1-M1 ÷ B4-M1 i B1-M2 ÷ B4-M2, które były badane. Porównanie tych rezultatów pozwoliło na walidację numerycznego modelu materiału. Głównym obiektem badań było wyznaczenie efektywnych parametrów konstytutywnych BPR na poziomie makro poprzez analizę dwuskalową. W tabeli 5.1 i 5.2 skonfrontowano wartości modułu Younga, współczynnika Poissona oraz moduł Kirchhoffa wyznaczone na podstawie dwuskalowej analizy opracowanym programem komputerowym CH\_v\_1.4.2 i na podstawie badań doświadczalnych.

Tabela 5.1 Walidacja modelu betonu BPR – mieszanka I

Oznaczenie próbki numerycznej (rys. 7.25)	Moduł Younga $\bar{E}$ [GPa]	Współczynnik Poissona $\bar{\nu}$ [-]	Moduł Kirchhoffa $\bar{G}$ [GPa]
Mieszanka I			
RVE 1	42,20	0,22	17,26
RVE 2	40,13	0,22	16,47
RVE 3	40,23	0,22	16,54
RVE 4	41,38	0,22	16,97
RVE 5	42,84	0,23	17,48
RVE 6	44,22	0,23	17,97
RVE 7	42,67	0,22	17,52
RVE 8	42,46	0,22	17,37
RVE 9	41,62	0,22	17,07
RVE 10	39,53	0,22	16,26
Wartości średnie parametrów na podstawie analizy dwuskalowej	<b>41,73</b>	<b>0,22</b>	<b>17,09</b>
Wartości średnie parametrów na podstawie badań doświadczalnych	<b>42,49</b>	<b>0,20</b>	<b>17,70</b>
Błąd względny [%]	<b>1,79</b>	<b>10,00</b>	<b>3,45</b>

Błąd względny obliczono ze wzoru

$$\delta = \frac{P - P_0}{P_0} \cdot 100 \% \quad (5.1)$$

gdzie:

P - wartość parametru obliczona na podstawie analizy dwuskalowej,

P<sub>0</sub> - wartość parametru obliczona na podstawie badań laboratoryjnych.

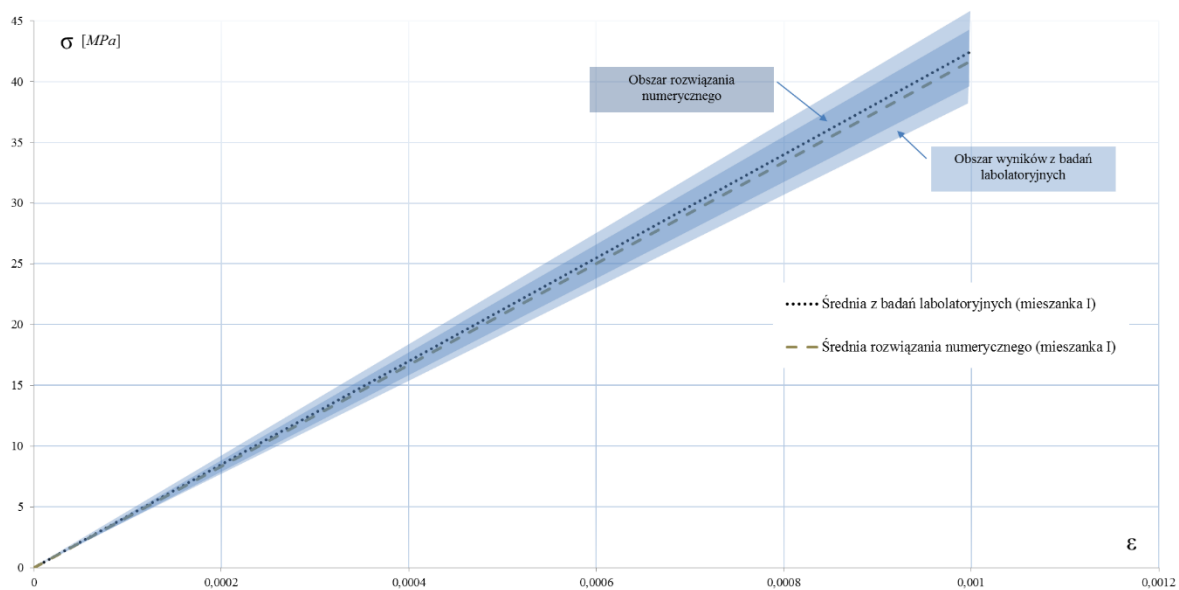
Tabela 5.2 Walidacja modelu betonu BPR – mieszanka II

Oznaczenie próbki numerycznej (rys. 7.28)	Moduł Younga $\bar{E}$ [GPa]	Współczynnik Poissona $\bar{\nu}$ [-]	Moduł Kirchhoffa $\bar{G}$ [GPa]
Mieszanka II			
RVE 1	49,84	0,22	20,48
RVE 2	45,88	0,22	18,76
RVE 3	44,15	0,22	18,04
RVE 4	44,96	0,23	18,35
RVE 5	46,09	0,22	18,85
RVE 6	45,39	0,22	18,63
RVE 7	47,53	0,22	19,43
RVE 8	46,76	0,22	19,22
RVE 9	46,05	0,23	18,73
RVE 10	44,72	0,22	18,27
Wartości średnie parametrów na podstawie analizy dwuskalowej	<b>46,14</b>	<b>0,22</b>	<b>18,88</b>
Wartości średnie parametrów na podstawie badań doświadczalnych	<b>49,12</b>	<b>0,32</b>	<b>18,61</b>
Błąd względny [%]	<b>6,07</b>	<b>31,25</b>	<b>1,45</b>

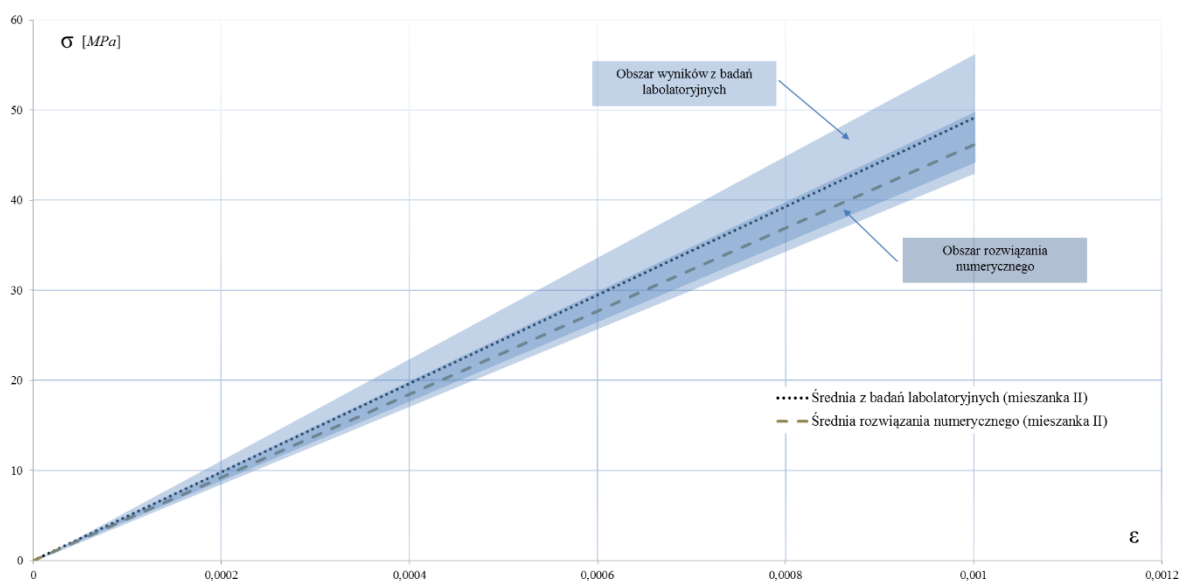
Na podstawie zebranych danych przygotowano również analizę porównawczą w postaci graficznej (rys. 5.1 i 5.2). Ze względu na czytelność wykresów usunięto z nich wszystkie proste odpowiadające poszczególnym próbom. Obszary, które zajmowały oznaczono odpowiednio kolorem jasnoniebieskim dla wyników otrzymanych z badań laboratoryjnych oraz ciemnoniebieskim dla rozwiązania numerycznego. Na wykresach zaznaczono również uśrednione zależności  $\sigma - \epsilon$ .

Na podstawie zaprezentowanych wyników można stwierdzić, iż opracowany model betonu z proszków reaktywnych dobrze opisuje zachowanie tego materiału w zakresie liniowo – sprężystym i pozwala na wyznaczenie wiarygodnych wartości konstytutywnych parametrów materiałowych na poziomie makro.





Rysunek 5.1 Porównanie wyników analizy dwuskalowej i otrzymanych na podstawie eksperymentu dla belek wykonanych z mieszanki I



Rysunek 5.2 Porównanie wyników analizy dwuskalowej i otrzymanych na podstawie eksperymentu dla belek wykonanych z mieszanki II

## 6. Wnioski końcowe i kierunki dalszych badań

W pracy zaproponowano zastosowanie metody modelowania dwuskalowego nazywanej również numeryczną homogenizacją (*ang. computational homogenization*) do wyznaczania efektywnych parametrów materiałowych betonu z proszków reaktywnych w skali makro na podstawie analizy mikrostruktury w zakresie obowiązywania prawa Hooke'a. Do rozwiązywania zagadnień brzegowych wykorzystano przemieszczeniową wersję metody elementów skończonych. Analizowane problemy rozpatrywano w płaskim stanie naprężenia. Na poziomie makro (konstrukcja) jaki i mikro (mikrostruktura materiału) zastosowano czterowęzłowy prostokątny element skończony o dwóch stopniach swobody w węzle. Pole przemieszczeń w obszarze elementu aproksymowano biliniowymi funkcjami kształtu.

Opracowany stochastyczny model betonu BPR jak również algorytm analizy dwuskalowej zaimplementowano we własnym programie komputerowym CH\_v\_1.4.2 napisanym w języku programowania FORTRAN 90. Kod programu zrównoleglono na procesory wielordzeniowe co pozwoliło na znaczne podniesienie jego efektywności obliczeniowej. Zastosowanie programu nie ogranicza się jedynie do analizowania konstrukcji wykonanych z betonów BPR. Można go wykorzystać do modelowania dowolnego materiału o podobnej budowie mikrostruktury. Opracowany stochastyczny generator mikrostruktury pozwala na wygenerowanie modelu składającego się maksymalnie z dziesięciu mikroskładników. Każdorazowo przed zastosowaniem programu do modelowania innego materiału należałoby przeprowadzić niezbędne testy numeryczne i walidację doświadczalną, jak to uczyniono w przypadku tej pracy.

Metoda modelowania dwuskalowego wymaga wymuszenia deformacji brzegu reprezentatywnego elementu objętościowego (RVE) zgodnie z zadaniem lub obliczonym makroodkształceniem. W pracy zaproponowano realizację tego zadania poprzez agregację globalnej macierzy sztywności RVE z analitycznie obliczonymi (pominięcie całkowania numerycznego) macierzami  $C_u^e$ , których postać zależy od położenia agregowanego elementu skończonego w stosunku do brzegu RVE.

Na podstawie wyznaczonych podczas badań parametrów wytrzymałościowych betonów BPR wykonanych z zaprojektowanych mieszanek:

Mieszanka I (tabela 3.2, str. 11)

- Wytrzymałość na zginanie 12,5 MPa
- Wytrzymałość na ściskanie 106 MPa

Mieszanka II (tabela 3.2, str. 11)

- Wytrzymałość na zginanie 18 MPa
- Wytrzymałość na ściskanie 141 MPa

można stwierdzić, że jest to materiał bardzo dobry do wykonywania takich elementów konstrukcyjnych jak słabo obciążone belki a przede wszystkim mógłby znaleźć zastosowanie w mocno obciążonych słupach wszelakich konstrukcji.

Podczas wykonywania próbek do badań z mieszanki II zauważono, że naprzemienne dozowanie piasków i włókien stalowych DW 38/1,0 N (makro włókna) polepsza urabialność betonu.

Pierwsza teza jaką postawiono w pracy dotyczyła możliwości efektywnego wyznaczenia związków konstytutywnych dla betonu z proszków reaktywnych na podstawie analizy jego mikrostruktury za pomocą modelowania dwuskalowego. Na podstawie analiz porównawczych zawartych w punkcie 5 można stwierdzić, że postawiona teza została dowiedziona. Opracowany model i program komputerowy bazujący na nim z zadawalającą dokładnością oblicza parametry konstytutywne betonu BPR.

Druza teza pracy również została dowiedziona. Na podstawie przeprowadzonych badań laboratoryjnych można stwierdzić, że wykonanie betonu o wysokich parametrach wytrzymałościowych: wytrzymałość na zginanie 18 MPa, wytrzymałość na ściskanie 141 MPa jest możliwe bez stosowania specjalnych zabiegów pielęgnacyjnych oraz przy wykorzystaniu standardowego sprzętu mieszającego (betoniarki wolnospadowej).

Jako elementy oryginalne omawianej rozprawy można wymienić:

- opracowanie stochastycznego modelu mikrostruktury betonu z proszków reaktywnych,
- opracowanie własnego algorytmu wymuszania deformacji RVE zgodnie z zadaniem makroodkształceniem, na podstawie położenia elementu skończonego w stosunku do brzegu komórki reprezentatywnej,
- analityczne wyprowadzenie macierzy  $C_u^e$ ,  $D_u^e$  z podziałem na poszczególne części brzegu RVE,
- napisanie w języku FORTRAN 90 własnego programu komputerowego CH\_v\_1.4.2 do dwuskalowej analizy konstrukcji inżynierskich wykonanych z BPR, bazującego na opracowanym modelu materiału oraz jego walidacja,
- zrównoleglenie kodu programu CH\_v\_1.4.2 na procesory wielowątkowe przy zastosowaniu standardu OpenMP,
- przygotowanie i realizacja własnych badań doświadczalnych

Podczas badań laboratoryjnych zgromadzono duży zasób danych związanych z nieliniowym zakresem pracy badanych belek i przebiegiem fazy zniszczenia. Do monitorowania deformacji w strefie uszkodzenia wykorzystano nowoczesny system do optycznego pomiaru odkształceń ARAMIS 3D. Zebrane informacje będą przyczynkiem do dalszych badań polegających na rozbudowie modelu obliczeniowego BPR o zakres nieliniowy i modelowanie zniszczenia (*ang. damage model*).