

**Automatyka i Robotyka – studia dzienne**  
**Analiza matematyczna**  
**Lista nr 1**

**Zadanie 1.**

Sporządzić wykres funkcji (dla zadanych parametrów), podać dziedzinę i zbiór wartości funkcji.

1) Funkcja liniowa  $y = ax + b$  ( $a=1$  i  $b=0$ ,  $a=-1$  i  $b=0$ ,  $a=1$  i  $b=2$ ,  $a=-1$  i  $b=2$ ,  
 $a=0$  i  $b=1$ ), wartość bezwzględna  $y = |x|$ ,  $y = 2|x|$ ,  $y = \frac{1}{2}|x|$

2) Funkcja kwadratowa  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$  ( $a = 1$  i  $b = -4$  i  $c = 3$ ,  
 $a = -1$  i  $b = -4$  i  $c = -4$ )

3) Wielomian  $n$ -tego stopnia  $y = W_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_kx^{n-k} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ ,  
 $a_0 \neq 0$ ,  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$

4) Funkcja wymierna  $y = \frac{W_n(x)}{W_m(x)}$  w szczególnym przypadku :

hiperbola :  $y = \frac{a}{x}$ , ( $a = 1$ ,  $a = -2$ )

Funkcja homograficzna:  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ,  $c \neq 0$ ,  $ad - cb \neq 0$  ( $a=c=1$  i  $b=-1$  i  $d=-2$ )

$y = \frac{a}{(x-b)^2}$  ( $a=1$  i  $b=2$ )

5) Funkcja wykładnicza  $y = a^x$ ,  $a > 0$  ( $a = \frac{1}{2}$ ,  $a = \frac{1}{3}$ ,  $a = 2$ ,  $a = 3$ )

6) Funkcja logarytmiczna  $y = \log_a x$ ,  $a \neq 1$ ,  $a > 0$ ,  $x > 0$  ( $a = \frac{1}{2}$ ,  $a = 2$ ,  $a = e$ )

7) Funkcja potęgowa  $y = x^a$  ( $a = \frac{1}{2}$ ,  $a = \frac{1}{3}$ ,  $a = 2$ ,  $a = 3$ )

8) Funkcje trygonometryczne: sinus, cosinus, tangens, cotangens

9) Funkcje cyklometryczne : arcussinus, arcuscosinus, arcustangens, arcuscotangens.

**Zadanie 2.** Rozwiązać równania i nierówności:

a)  $|x+1| + 2|x-1| = 5$

b)  $|\frac{1}{4}x - 1| < 5$

c)  $|x-2| < x + |x-1|$

d)  $\frac{|x-2| - 3x + 1}{x + |x|} < x + 3$

e)  $|\frac{2x-1}{x+2}| \geq 2$

f)  $|x-2| - |x-1| \geq |x+1| - 5$

**Zadanie 3.** Wyznacz funkcję

a) liniową  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  jeżeli do jej wykresu należą punkty  $A(-1,3)$ ,  $B(2,12)$

b) kwadratową, jeśli do jej wykresu należą punkty  $A(-1,-5)$ ,  $B(0,-2)$ ,  $C(1,-3)$

**Zadanie 4.** Wyznacz funkcję liniową tak, aby dla każdego  $x \in \mathbb{R}$  były spełnione warunki:

$f(3x) = 3f(x) - 2$  oraz  $f(x+3) = f(x) + 9$

**Zadanie 5.** Sporządź wykresy następujących funkcji

- a)  $y = |x+1|$ ,
- b)  $y = 2|x| - |x+1|$ ,
- c)  $y = x^2 - 2|x| - 3$ ,
- d)  $y = |x^2 - 1|$

**Zadanie 6.** Wyznacz współczynniki a,b,c wielomianu  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  tak, aby  $P(-1) = -2$ ,  $P(1) = 4$  i  $P(2) = 4$

**Zadanie 7.** Rozwiąż równania i nierówności

a.  $\frac{5}{1-x^3} = \frac{x}{x-1} + \frac{2}{x^2+x+1}$

b.  $\frac{x^2-3x+2}{x-3} = x^2-3x+2$

c.  $\frac{3x-1}{x+2} < x-1$

d.  $\frac{x-2}{x+2} \geq \frac{2x-3}{4x-1}$

e.  $\frac{x^3-3x^2-x+3}{x^2+3x+2} > 0$

**Zadanie 8.** Sporządź wykresy funkcji:

- a)  $y = -2^x + 1$ ,
- b)  $y = -3^{x-1} + 2$ ,
- c)  $y = -\log_2 x + 1$ ,
- d)  $y = \log_3(x-1)$

**Zadanie 9.** Rozwiąż równania i nierówności

- a)  $3^{2x} = 9^{4-x}$ ,
- b)  $5^x - 5^{3-x} = 20$ ,
- c)  $2^{1-x} > \frac{1}{2}$ ,
- d)  $2^{2x} - 2^x - 2 \leq 0$ ,
- e)  $\log_2(x+2) = \log_2(2-x)$ ,
- f)  $\log(x-2) - \log(4-x) = 1 - \log(13-x)$

**Zadanie 10.** Sporządź wykresy funkcji:

- $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$
- $y = |\sin x|$ ,  $y = \frac{|\cos x|}{\cos x}$

**Zadanie 11.** Wyznacz dziedzinę następujących funkcji

- a)  $f(x) = 2^{\sqrt{x+2}}$
- b)  $f(x) = \sqrt{2^{-x} - \frac{1}{2}}$
- c)  $f(x) = \frac{1}{1-3^{x+1}}$
- d)  $f(x) = \log_2(2x+4)$     e)  $f(x) = \sqrt{\log_x(3-x)}$