

KURS WYRÓWNAWCZY Z MATEMATYKI

Lista 7

- Wypisz siedem początkowych wyrazów ciągu (a_n) , który jest ciągiem:
 - kolejnych liczb pierwszych,
 - kolejnych liczb naturalnych, których pierwiastek jest liczbą niewymierną,
 - odwrotności kolejnych liczb naturalnych.
- Podaj sześć początkowych wyrazów ciągu (a_n) . Ile jest równy wyraz dwudziesty tego ciągu?
 - $a_n = \frac{n^2}{n+1}$, b) $a_n = \frac{-3}{n(n+2)}$, c) $a_n = (-1)^n 2^{n+1}$, d) $a_n = (-1)^{n+1} 2^n$,
 - $a_n = \cos n\pi$.
- Podaj wzór ogólny ciągu:
 - $\frac{2}{1}, \frac{3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{16}, \frac{6}{25}, \dots$, b) $4, -4, 4, -4, 4, -4, \dots$, c) $\frac{2}{1}, \frac{4}{3}, \frac{6}{5}, \frac{8}{7}, \frac{10}{9}, \dots$, d) $1, 3, 9, 27, 81, 243, \dots$,
 - $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \dots$, f) $\frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 5}, \dots$
- Zbadaj monotoniczność ciągu :
 - $a_n = n^2 - n + 1$, b) $a_n = \frac{n}{n^2+1}$, c) $a_n = 4 - \frac{(-1)^n}{n}$, d) $a_n = \frac{(n-1)!}{5n!}$,
 - $a_n = \frac{2^n}{n!}$, f) $a_n = (-1)^n \cdot \frac{2}{n}$.
- Zbadaj ograniczoność ciągu :
 - $a_n = -5n + 6$, b) $a_n = 1 - \frac{2}{n}$, c) $a_n = \frac{-20n+1}{n}$, d) $a_n = (-2)^n$, e) $a_n = 4 + \frac{(-1)^n}{n}$.
- Wypisz siedem początkowych wyrazów ciągu określonego rekurencyjnie:
 - $a_1 = -1, a_{n+1} = (a_n)^2 + 2$ dla $n \geq 1$
 - $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n - 3$ dla $n \geq 1$
 - $a_1 = -3, a_{n+1} = 2a_n$ dla $n \geq 1$
 - $a_1 = 0, a_2 = 1, a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ dla $n \geq 2$.
- Zbadaj monotoniczność ciągu określonego rekurencyjnie
 - $a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n$ dla $n \geq 1$,
 - $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n$ dla $n \geq 1$,
 - $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 1$ dla $n \geq 1$.
- Czy ciąg (a_n) określony rekurencyjnie : $a_1 = \frac{1}{6}, a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n+1}$ dla $n \geq 1$ jest ograniczony ?
- Znajdź iloraz nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n) o podanych wyrazach początkowych. Napisz wzór ogólny ciągu i oblicz a_7
 - $128, 64, 32, \dots$, b) $-7, 7, -7, 7, -7, 7, \dots$, c) $\frac{2}{9}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \dots$, d) $-16, 4, -1, \dots$,
 - $\sqrt{2}, -2, 2\sqrt{2}, \dots$

10. Znajdź n-tą sumę częściową szeregu geometrycznego, a następnie oblicz sumę tego szeregu:

a) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$

b) $-1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{16} + \frac{1}{64} - \dots$

c) $12 + 4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \dots$

d) $-125 - 25 - 5 - 1 - \dots$

11. Zamień ułamek okresowy na ułamek zwykły:

a) $0, (1)$ b) $0, (9)$ c) $1, 8(81)$ d) $0, 0(2)$

12. Dla jakich wartości x szereg geometryczny jest zbieżny :

a) $x + 2x^2 + 4x^3 + 8x^4 + \dots$

b) $1 - x + x^2 - x^3 + \dots$

c) $1 + \frac{1}{3x} + \frac{1}{9x^2} + \frac{1}{27x^3} + \dots$

13. Rozwiąż równanie :

a) $x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots = 2x - 1$

b) $1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{8}x^3 + \dots = 1 + \frac{1}{x}$

c) $x + 1 + (x + 1)^2 + (x + 1)^3 + \dots = 8x^2 - 1$

d) $1 + x + x^2 + \dots = 4$

Opracowała: dr Aleksandra Rzepka