

Matematyka (Zarządzanie)

Lista 1 - Elementy logiki, wartość bezwzględna

1. Które z podanych zdań jest zdaniem w sensie logicznym?

- (a) 144 jest kwadratem liczby naturalnej.
- (b) Kraków jest stolicą Polski.
- (c) Czy dzisiaj jest sobota?
- (d) Podaj mi tę książkę.
- (e) Na każdym czworokącie można opisać okrąg.

2. Oceń wartość logiczną podanych zdań:

- (a) Kwadrat ma wszystkie boki równe i wszystkie kąty równe.
- (b) Kwadrat ma wszystkie boki równe lub wszystkie kąty równe.
- (c) Jeżeli Warszawa leży nad Wisłą, to pies jest ssakiem.
- (d) Jeżeli Warszawa leży nad Wisłą, to pies nie jest ssakiem.
- (e) Liczba -3 jest dodatnia wtedy i tylko wtedy, gdy liczba 3 jest ujemna.

3. Sprawdź, czy podane wyrażenia są tautologiami

- (a) $(\sim p \Rightarrow p) \Rightarrow p$;
- (b) $\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$;
- (c) $\sim (p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$;
- (d) $[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$;
- (e) $[p \wedge (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$;
- (f) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$;
- (g) $[(p \vee q) \wedge (\sim p)] \Rightarrow q$;
- (h) $p \Rightarrow [(\sim p) \vee q]$;
- (i) $\sim [p \wedge ((\sim p) \wedge q)]$;
- (j) $[(p \wedge (\sim q)) \Rightarrow \sim p] \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$.

4. Zapisz poniższe zdania za pomocą kwantyfikatorów

- (a) Istnieje liczba rzeczywista x spełniająca równanie $x^2 - 9 = 0$.
- (b) Dla każdej liczby rzeczywistej x zachodzi warunek $x^2 > 0$.
- (c) x jest liczbą nieparzystą.
- (d) x jest sumą kwadratów dwóch liczb naturalnych.
- (e) Każda liczba naturalna przy dzieleniu przez dwa daje resztę 0 lub 1.

5. Oceń wartość logiczną podanych zdań

- (a) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \quad x > 0$,
- (b) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \quad \forall_{y \in \mathbb{R}} \quad (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$,
- (c) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \quad \exists_{y \in \mathbb{R}} \quad x + y = 0$,
- (d) $\exists_{x \in \mathbb{R}} \quad \forall_{y \in \mathbb{R}} \quad x + y = 0$,
- (e) $\forall_{x \in \mathbb{R}} \quad \forall_{y \in \mathbb{R}} \quad x + y = 0$,
- (f) $\exists_{x \in \mathbb{R}} \quad \exists_{y \in \mathbb{R}} \quad x + y = 0$.

6. Rozwiąż podane równania i nierówności:

(a) $|x + 2| = 3,$

(b) $|x - 1| = 2,$

(c) $|x + 1| = -3,$

(d) $|x + 1| > 3,$

(e) $|2 - x| \leq 2,$

(f) $|2x + 1| \geq 3,$

(g) $||2x - 7| - 6| = 2,$

(h) $||5x + 3| - 6| \geq 4,$

(i) $|4 - |2x - 3|| < 6.$

7. Rozwiąż podane równania i nierówności:

(a) $|x + 1| = |x - 1|,$

(b) $|x + 1| + 2|x - 1| = 6,$

(c) $|4 - 2x| + |3 - x| = 8,$

(d) $||3x + 1| - |4x - 1|| = 1,$

(e) $|2x + 4| < x + |2x|,$

(f) $|5 - x| + 2|x - 3| \geq 2,$

(g) $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} + |2 - x| \leq 4,$

(h) $||2x - 7| + |2 - x| + x| \leq 10.$