

## Matematyka (Zarządzanie)

### Lista 6 - Rachunek całkowy

1. Oblicz podane całki nieoznaczone:

a)  $\int \left(5x^2 - 6x + 3 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^4}\right) dx,$

b)  $\int \frac{x\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}{x^2} dx,$

c)  $\int \frac{2x}{x^2+5} dx,$

d)  $\int \frac{x}{(x^2+4)^6} dx,$

e)  $\int \frac{3x^3}{\sqrt[3]{2x^4-7}} dx,$

f)  $\int \frac{\arctan x}{1+x^2} dx,$

g)  $\int \sqrt{3x+1} dx,$

h)  $\int 5x \sin(3x^2 - 8) dx,$

i)  $\int \cos x \cdot e^{\sin x} dx,$

j)  $\int \frac{e^x}{2e^x+1} dx,$

k)  $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx,$

l)  $\int \frac{1}{2\cos^2(3x)} dx,$

ł)  $\int x^2 e^x dx,$

m)  $\int x \cos x dx,$

n)  $\int e^x \sin x dx,$

o)  $\int \sqrt{x} \ln x dx,$

p)  $\int x^3 (\ln x)^2 dx,$

q)  $\int \arctan x dx,$

r)  $\int \frac{\sin \ln x}{x^2} dx,$

s)  $\int x e^{x^2} (x^2 + 1) dx,$

t)  $\int \frac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}} dx,$

u)  $\int \frac{x-3}{x^2-6x+5} dx,$

v)  $\int \frac{3x-4}{x^2-x-6} dx,$

w)  $\int \frac{x^2-5x+9}{x^2+5x+6} dx,$

x)  $\int \frac{6x^3-7x^2+8x-2}{2x-3x^2} dx,$

y)  $\int \frac{4}{x^2+2x+8} dx,$

z)  $\int \frac{x^2}{x^2+2x+5} dx.$

2. Obliczyć podane całki oznaczone:

a)  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x^2+2x+1} dx,$

b)  $\int_1^2 \frac{x^2+1}{\sqrt{x^3+3x+1}} dx,$

c)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} dx,$

d)  $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx,$

e)  $\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx,$

f)  $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx,$

g)  $\int_0^1 x \arctan x dx,$

h)  $\int_0^{\pi} x^2 \cos x dx,$

i)  $\int_{-1}^1 x e^{2x} dx.$

3. Obliczyć wartość średnią funkcji na podanym przedziale:

a)  $f(x) = x^2, \quad I = [0, 2],$

b)  $f(x) = \sin x, \quad I = [0, \pi],$

c)  $f(x) = \ln x, \quad I = [1, e],$

d)  $f(x) = e^x, \quad I = [-2, 2],$

e)  $f(x) = \sin^3 x, \quad I = [0, \pi],$

f)  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}, \quad I = [0, 2].$

4. Obliczyć pole obszaru ograniczonego parabola  $y = x^2$  i prostą  $2x - y + 3 = 0$ .

5. Obliczyć pole wspólnego obszaru ograniczonego parabolami  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{2}x^2$  i prostą  $y = 3x$ .

6. Obliczyć długość łuku krzywej  $y = \ln \sin x$  w przedziale  $[\frac{1}{3}\pi, \frac{1}{2}\pi]$ .

7. Obliczyć objętość i pole powierzchni bryły utworzonej przez obrót dookoła osi  $Ox$  krzywej  $3y - x^2 = 0$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , wraz z rzędną końcową w punkcie  $x = 1$ .

8. Obliczyć podane całki niewłaściwe:

a)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx,$

b)  $\int_0^{\sqrt{2/3}} \frac{x}{\sqrt{4-9x^4}} dx,$

c)  $\int_0^{\pi/2} \tan x dx,$

d)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx,$

e)  $\int_4^{+\infty} \frac{1}{(x-3)^2} dx,$

f)  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx.$

9. Wyznaczyć ekstrema lokalne oraz punkty przegięcia wykresu funkcji określonej wzorem

$$f(x) = \int_0^x (t^2 - 3t + 2) dt.$$