

# LISTA 1

(Logika matematyczna. Zbiory)

**Zad. 1.** Sprawdzić, czy poniższe wyrażenia są tautologiami:

- (a)  $p \vee (\neg p)$ ,
- (b)  $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$ ,
- (c)  $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$ ,
- (d)  $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ ,
- (e)  $p \Rightarrow ((\neg p) \wedge q)$ ,
- (f)  $(p \wedge q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$ .

**Zad. 2.** Znaleźć  $A \cup B, A \cap B, A - B, B - A$ , jeżeli:  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .

**Zad. 3.** Dla podanych zbiorów  $A$  i  $B$  wyznaczyć:

$$A \cup B, A \cap B, A \cap B', A' \cup B, (A' \cap B') \cap A, A \setminus B, B \setminus A,$$

- (a)  $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 6x - 16 < 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 6x - 16 < 0\}$
- (b)  $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| \leq 5\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 4| > 1\}$ .

**Zad. 4.** Wyznaczyć zbiory  $A \times B, B \times A$ , jeżeli

- (a)  $A = \{0, 1\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ ,
- (b)  $A = \{5\}$ ,  $B = \{-2, 3, -7\}$ .

**Zad. 5.** Przedstawić na płaszczyźnie zbiory:

- (a)  $A \cap B$ , jeżeli:  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y > 2\}$ ,  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$ ,
- (b)  $A \setminus B$ , jeżeli:  $A = \mathbb{R} \times ([0, 1] \cup \{2\})$ ,  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq x^2 + 1\}$ ,
- (c)  $A \times B$ , jeżeli:  $A = \{x \in \mathbb{R} : -3 < x < 6\}$ ,  $B = (-2, -1) \cup (4, 7)$ .

**Zad. 6.** Rozwiązać równania:

- a)  $|2x + 3| = 2x + |x|$ ,
- b)  $|x^2 - 4x + 3| = -x^2 + 4x - 3$ ,
- c)  $\left| \frac{x+3}{x-2} \right| = \frac{x+3}{x-2}$ ,
- d)  $|(x^2 + 6x + 10) + (3x - 2)| = |(x^2 + 6x + 10)| + |3x + 2|$ ,
- e)  $|x^2 - 4| - |x^2 - 9| = 2$ .

**Zad. 7.** Rozwiązać nierówności:

- a)  $|x + 2| + |x - 3| \leq 6$ ,
- b)  $|x^2 - 2x - 3| < 3x - 3$ ,
- c)  $|x^3 - 1| < x^2 + x + 1$ ,
- d)  $\left| \frac{4x+1}{2x-4} \right| \geq 3$ ,
- e)  $||2x - 1| - 3| > 2$ .