

LISTA 7

(Pochodna funkcji)

Zad. 1. Obliczyć pochodną funkcji:

a) $f(x) = x^3 - 43x^2 - 3x\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2} + 300$; b) $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$; c) $f(x) = \sin x \ln(x)$;

d) $f(x) = \sqrt{x} \cos x$; e) $f(x) = \frac{1}{1+x^2} - \operatorname{arctg} x$; f) $f(x) = \operatorname{tg} x e^x$;

g) $f(x) = \arcsin(2x-1)$; h) $f(x) = \sin^2(3x+2)$; i) $f(x) = \frac{\ln(x^2+x)}{2x+1}$.

Zad. 2. Wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji f , w punkcie x_0 :

a) $y = x^5 + x^4 + 1$, $x_0 = 1$; b) $y = \sin x + 2 \cos x$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$; c) $y = \ln(x + e^x)$, $x_0 = 0$.

Zad. 3. Wyznaczyć ekstrema oraz zbadać monotoniczność następujących funkcji:

a) $y = x^3 + 12x^2 + 36x - 50$; b) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$; c) $y = x + \frac{4}{x}$; d) $y = x e^{2x}$;

Zad. 4. Wyznaczyć punkty przegięcia wykresów poniższych funkcji:

a) $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$; b) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$; c) $y = \frac{1}{2} x^2 \ln \frac{1}{2} x$; d) $y = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - x + 1}$.

Zad. 5. Obliczyć przybliżoną wartość wyrażeń:

a) $\sqrt{15,99}$; b) $\sqrt[3]{8,01}$; c) $\sin(0,02)$; e) $e^{2,53}$.

Zad. 6. Wyznaczyć pochodne n -tego rzędu następujących funkcji:

a) $y = e^{2x}$; b) $y = \cos x$; c) $y = \ln x$; d) $y = \frac{2}{3+x}$.

Zad. 7. Rozwinąć w szereg Maclaurina następujące funkcje:

a) $f(x) = e^x$; b) $f(x) = \sin x$; c) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$; h) $f(x) = \ln(1+x)$.

Zad. 8. Obliczyć przybliżone wartości wyrażeń:

a) $\ln 2$; b) $e^{\frac{1}{2}}$; c) $\sin 1$.

Zad. 9. Obliczyć następujące granice funkcji, wykorzystując regułę de l' Hospitala:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x^2 - x + 1}{-2x^3 + x - 10}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3}$; c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$;

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2x+1)}{x^3 + x^2 + 2x}$; f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$; g) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x + \cos x}{\sin 2x - \cos x}$;

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\ln x)}{x}$; i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{2x-1}$; j) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$; l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x$;

ł) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{2x}$; m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}}$; n) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x}$; o) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{\ln x}}{x^2}$.

Zad. 10. Wyznaczyć dwie liczby dodatnie, których suma wynosi 20, a iloczyn jest największy ?

Zad. 11. Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji f w przedziale I , gdy:

a) $f(x) = x(x-1)^2$, $I = [-2, 3]$; b) $f(x) = 2x - \sqrt[3]{x}$, $I = [-8, 27]$.