

## LISTA 8 (Całki)

**Zad. 1.** Obliczyć całki:

a)  $\int \left( x^2 + 2 \sin x - \frac{1}{x} \right) dx$ ;    b)  $\int \frac{2^x - 5^x}{10^x} dx$ ;    c)  $\int \frac{e^{2x} - 4}{e^x + 2} dx$ ;    d)  $\int \frac{x^3 \sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}{x^2} dx$

**Zad. 2.** Korzystając z twierdzenia o całkowaniu przez podstawienie, obliczyć całki:

a)  $\int (5 - 3x)^{10} dx$     b)  $\int \frac{x dx}{(x^2 + 3)^6}$     c)  $\int x \sin(2x^2 + 1) dx$     d)  $\int \frac{\sin x}{3 + 2 \cos x} dx$   
e)  $\int e^{-3x+1} dx$ ;    f)  $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$ ;    g)  $\int e^{\sin x} \cos x dx$ ;    h)  $\int \sin^3 x \cos x dx$ .

**Zad. 3.** Korzystając z twierdzenia o całkowaniu przez części, obliczyć:

a)  $\int x \cos x dx$ ;    b)  $\int x \ln x dx$ ;    c)  $\int x \sin 5x dx$ ;    d)  $\int \arctg x dx$ ;  
e)  $\int \arcsin x dx$ ;    f)  $\int \frac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}} dx$ ;    g)  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$ ;    h)  $\int e^x \sin x dx$ .

**Zad. 4.** Obliczyć całki z funkcji wymiernych:

a)  $\int \frac{1}{2x-1} dx$ ,    b)  $\int \frac{3x-4}{x^2-x-6} dx$ ;    c)  $\int \frac{2x-1}{x^2-4x+4} dx$ ;    d)  $\int \frac{x^2}{x^2+2x+5} dx$ .

**Zad. 5.** Obliczyć całki oznaczone:

a)  $\int_3^5 \frac{x}{x^2-4} dx$ ;    b)  $\int_{-3}^{-2} \frac{dx}{x^2+2x+1}$ ;    d)  $\int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$ ;    e)  $\int_0^1 x^2 \arctg x dx$ .

**Zad. 6.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego liniami:

a)  $y = 2x - x^2$ ,  $x + y = 0$ ;    b)  $y = \ln x$ ,  $y = 0$  i  $x = e$ ;    c)  $y = x^2$ ,  $y = 4x$ .

**Zad. 7.** Obliczyć długość łuku krzywej:

a)  $y = 2x$ ,  $0 \leq x \leq 1$ ;    b)  $y = x\sqrt{x}$  od  $P_1(0,0)$  do  $P_2\left(\frac{4}{9}; \frac{8}{27}\right)$ .

**Zad. 8.** Obliczyć objętość bryły powstałej z obrotu figury  $T$  wokół osi:

a)  $T: 0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq x^3$ ;  $Ox$     b)  $T: 1 \leq x \leq 4$ ,  $\frac{4}{x} \leq y \leq 5 - x$ ;  $Ox$     c)  $T: \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ ,  $0 \leq y \leq \sqrt{\ctg x}$ ,  $Ox$ .

**Zad. 9.** Obliczyć pole powierzchni powstałej z obrotu krzywej wokół osi:

a)  $f(x) = \frac{x}{2}$ ,  $0 \leq x \leq 2$ ;  $Ox$ ;    b)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $2 \leq x \leq 6$ ;  $Ox$

**Zad. 10.** Obliczyć całki niewłaściwe:

a)  $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}}$ ;    b)  $\int_{-1}^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$ ;    c)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(x-1)^2}$ ;    d)  $\int_{\sqrt{3}}^{\infty} \frac{dx}{x^2+9}$ ;    e)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ .