

Podstawy analizy danych

Ćwiczenie 8: Centralne twierdzenie graniczne

Program ćwiczenia obejmuje następujące zadania:

1. Zbiór składający się z 1000 znaków jest przesyłany między dwoma komputerami. Prawdopodobieństwo błędnej transmisji jednego znaku wynosi 0.02. Zdarzenia błędnej transmisji dla różnych znaków są niezależne. Oszacować prawdopodobieństwo, że podczas transmisji liczba błędów mieści się w granicach od 10 do 25.
2. Ocenia się, że liczba zgłoszeń usterek pewnego modelu samochodu w okresie gwarancyjnym, jakie w ciągu jednego tygodnia otrzymują warsztaty producenta na terenie całego kraju, jest zmienną losową o rozkładzie Poissona z parametrem $\lambda = 90$. Oszacować prawdopodobieństwo, że w danym tygodniu liczba zgłoszeń reklamacji mieści się w granicach od 80 do 110.
3. Populacja składa się z liczb 2, 3, 6, 8, i 11. Rozważmy wszystkie możliwe dwuelementowe próby losowe, które losuje się z tej populacji ze zwracaniem. Obliczyć (a) wartość oczekiwaną populacji, (b) odchylenie standardowe populacji, (c) oczekiwaną wartość średniej z próby, (d) odchylenie standardowe średniej z próby.
4. Wrost w populacji 3000 studentów uniwersytetu ma rozkład normalny o średniej 173 cm i odchyleniu standardowym 8 cm. Jaki rozkład ma średnia w prostej próbie losowej o liczebności 25 z tej populacji? Jakie jest prawdopodobieństwo, że średnia będzie w zakresie od 170 do 174 cm?
5. 500 kulek do łożysk kulkowych ma średnią masę 5.03 g i odchylenie standardowe 0.30 g. Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że prosta próba losowa 100 kulek wylosowanych z tej populacji będzie mieć łączną masę (a) między 496 a 500 g, (b) powyżej 510 g.
6. Określić prawdopodobieństwo tego, że w 120 rzutach rzetelną monetą (a) mniej niż 40% lub więcej niż 60% wyników będzie orłami, (b) $\frac{5}{8}$ lub więcej będzie orłami.
7. Wiadomo, że 2% narzędzi produkowanych przez pewną maszynę ma defekty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w partii 400 narzędzi (a) 3% lub więcej, oraz (b) 2% lub mniej ma defekty.
8. Wyniki wyborów pokazały, że pewien kandydat otrzymał 46% głosów. Określić prawdopodobieństwo tego, że wśród (a) 200 i (b) 1000 osób wybranych losowo z populacji głosujących ten kandydat uzyskałby większość.

Tablica 1: **Rozkład normalny:** Wartości funkcji Laplace'a $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$.

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	.500	0.50	.691	1.00	.841	1.50	.933	2.00	.977	2.50	.9938	3.00	.9986
0.05	.520	0.55	.709	1.05	.853	1.55	.939	2.05	.980	2.55	.9946	3.05	.9988
0.10	.540	0.60	.726	1.10	.864	1.60	.945	2.10	.982	2.60	.9954	3.10	.9990
0.15	.560	0.65	.742	1.15	.875	1.65	.951	2.15	.984	2.65	.9960	3.15	.9992
0.20	.579	0.70	.758	1.20	.885	1.70	.955	2.20	.986	2.70	.9966	3.20	.9993
0.25	.599	0.75	.773	1.25	.894	1.75	.960	2.25	.988	2.75	.9970	3.25	.9994
0.30	.618	0.80	.788	1.30	.903	1.80	.964	2.30	.989	2.80	.9974	3.30	.9995
0.35	.637	0.85	.802	1.35	.911	1.85	.968	2.35	.991	2.85	.9978	3.35	.9996
0.40	.655	0.90	.816	1.40	.919	1.90	.971	2.40	.992	2.90	.9982	3.40	.9996
0.45	.674	0.95	.829	1.45	.926	1.95	.974	2.45	.993	2.95	.9984	3.45	.9997