

Podstawy analizy danych

Ćwiczenie 9: Estymacja przedziałowa

Program ćwiczenia obejmuje następujące zadania:

- Przeprowadzono badanie mającę określić proporcję wykładowców, którzy noszą okulary.
 - W losowej próbie 250 wykładowców, 139 nosiło okulary. Określić 90% przedział ufności dla proporcji wykładowców noszących okulary.
 - Przypuśćmy, że 90% przedział ufności dla proporcji profesorów noszących okulary ma mieć margines błędu $\pm 2\%$. We wstępnej losowej próbie 100 wykładowców 52 nosiło okulary. Jak wielu wykładowców należy jeszcze dołosować?
- Właściciel firmy „Fitness” ma zamiar wprowadzić dodatkowe ćwiczenia gimnastyczne dla swoich klientów. W tym celu zamierza zakupić specjalne urządzenie sportowe. Na podstawie próby wylosowanych 200 klientów tej firmy ustalono, że 160 osób chciałoby stosować to urządzenie. Oceń z 95% wiarygodnością odsetek wszystkich klientów chcących ćwiczyć na nowym urządzeniu.
- Właściciel sklepu z artykułami żywnościowymi chce ustalić procent swoich stałych klientów spośród ogółu klientów jego sklepu. Jak licząc próbę powinien wylosować, aby z prawdopodobieństwem 95% maksymalny błąd szacunku nie przekraczał 5%?
- W ostatnich wyborach prezydenckich w próbie liczącej 120 głosujących w pewnej komisji wyborczej znalazło się 30 osób w wieku 25 lat lub mniej. Z prawdopodobieństwem 98% zbuduj przedział ufności dla odsetka młodych wyborców (25 lat lub mniej) spośród ogółu głosujących w tym obwodzie.
- W sondażu telefonicznym przeprowadzonym wśród wylosowanych 169 osób firma reklamowa ustaliła, że 48 osób spośród badanych zapamiętało ostatni slogan reklamowy związany z wprowadzeniem nowego produktu na rynek. Z 90% wiarygodnością należy oszacować procent widzów telewizyjnych, którzy zapamiętali omawiany tekst reklamy telewizyjnej.
- Firma produkująca sprzęt komputerowy chce ustalić odsetek przedsiębiorstw będących potencjalnymi nabywcami ich produktu. Wiadomo, że szacunkowy procent przedsiębiorstw chcących nabyć komputer tej firmy wynosi około 75%. Co najmniej ile przedsiębiorstw powinno znaleźć się w próbie losowej dla każdego z poniżej podanych maksymalnych błędów szacunku i 95% współczynnika ufności?
 - 10%
 - 7.5%
 - 5%
 - 3%Co można powiedzieć o minimalnej liczebności próby w miarę zmniejszania się maksymalnego błędu szacunku?

7. Zakładając, że kwartalne wydatki na reklamę można uznać za cechę o rozkładzie $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, wylosowano do próby 100 zakładów usługowych i otrzymano następujący rozkład wydatków na reklamę:

Kwartalne wydatki (w tys. PLN)	0–5	5–10	10–15	15–20
Liczba zakładów	10	20	40	30

Wyznaczyć na poziomie ufności 0.96 przedział ufności dla przeciętnych kwartalnych wydatków na reklamę. Jaka będzie dokładność oszacowania, gdy poziom ufności będzie równy 0.9? Dokonać szacowania odchylenia standardowego wydatków na reklamę na poziomie ufności 0.95. Następnie oszacować na poziomie ufności 0.99, jaki procent zakładów usługowych wydaje na reklamę przynajmniej 10 tys. PLN. Jaka powinna być minimalna liczebność próby, niezbędna do oszacowania ww. odsetka zakładów, aby maksymalny błąd szacunku nie przekroczył 2%, jeśli:

- traktujemy dostępne dane jako wyniki wstępnej próby,
- nie mamy żadnych informacji o rzędzie wielkości szacowanego procentu.

8. Na pewnym osiedlu przeprowadzono pomiary powierzchni mieszkań i uzyskano wyniki:

Powierzchnia w m^2	30–40	40–50	50–60	60–70
Liczba mieszkań	50	40	20	10

Wyznaczyć przedział ufności dla procentu mieszkań o powierzchni powyżej $50 m^2$, na poziomie ufności 0.99. Ile mieszkań należałoby poddać badaniu, aby oszacować procent mieszkań o powierzchni od 40 do $60 m^2$ z maksymalnym błędem 5%, na poziomie ufności 0.96? Wyznaczyć 95% przedział ufności dla wartości przeciętnej μ powierzchni mieszkań na tym osiedlu.

9. Analizuje się wyniki egzaminu TOEFL (Test of English as a Foreign Language) dla dwóch różnych krajów, zawarte w poniższej tabeli

Kraj 1	Kraj 2
$\bar{x}_1 = 490$	$\bar{x}_2 = 462$
$s_1 = 80$	$s_2 = 85$
$n_1 = 110$	$n_2 = 120$

Skonstruować 90% przedział ufności dla różnicy średnich wyników dla tych dwóch krajów.

10. Testowano żywotność dwóch rodzajów żarówek. Sukces zdefiniowano jako czas świecenia przekraczający 2000 godzin. Liczby sukcesów i wielkości prób przedstawia poniższa tabela:

Rodzaj 1	Rodzaj 2
$x_1 = 500$	$x_2 = 462$
$n_1 = 1200$	$n_2 = 1000$

Skonstruować 95% przedział ufności dla różnicy proporcji sukcesów dla tych dwóch marek.

Tablica 1: **Rozkład normalny:** Wartości funkcji Laplace'a $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$.

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	.500	0.50	.691	1.00	.841	1.50	.933	2.00	.977	2.50	.9938	3.00	.9986
0.05	.520	0.55	.709	1.05	.853	1.55	.939	2.05	.980	2.55	.9946	3.05	.9988
0.10	.540	0.60	.726	1.10	.864	1.60	.945	2.10	.982	2.60	.9954	3.10	.9990
0.15	.560	0.65	.742	1.15	.875	1.65	.951	2.15	.984	2.65	.9960	3.15	.9992
0.20	.579	0.70	.758	1.20	.885	1.70	.955	2.20	.986	2.70	.9966	3.20	.9993
0.25	.599	0.75	.773	1.25	.894	1.75	.960	2.25	.988	2.75	.9970	3.25	.9994
0.30	.618	0.80	.788	1.30	.903	1.80	.964	2.30	.989	2.80	.9974	3.30	.9995
0.35	.637	0.85	.802	1.35	.911	1.85	.968	2.35	.991	2.85	.9978	3.35	.9996
0.40	.655	0.90	.816	1.40	.919	1.90	.971	2.40	.992	2.90	.9982	3.40	.9996
0.45	.674	0.95	.829	1.45	.926	1.95	.974	2.45	.993	2.95	.9984	3.45	.9997