

**Podstawy analizy danych**

## Ćwiczenie 10: Testowanie hipotez

Program ćwiczenia obejmuje następujące zadania:

1. W urnie jest 7 kul, w tym  $Q$  białych i pozostałe czarne. W celu zweryfikowania hipotezy  $H_0 : Q = 3$  wobec  $H_1 : Q = 5$  losuje się bez zwracania 2 kule i odrzuca się  $H_0$ , jeśli obydwie są białe. Obliczyć prawdopodobieństwa popełnienia błędów I i II rodzaju.
2. Obserwując liczbę kilometrów, jaką w ciągu roku przebywają prywatne samochody osobowe, otrzymano w losowej próbie 100 samochodów  $\bar{x} = 12500$  km i  $s = 2400$  km. Na poziomie istotności  $\alpha = 0.05$  zweryfikować hipotezę, że przeciętna ilość kilometrów przebytych rocznie przez prywatny samochód wynosi 12000 km.
3. Dzielne zużycie wody w fabryce podlega wahaniom losowym. Na podstawie obserwacji  $n = 315$  dni roku stwierdzono, że średnie dzienne zużycie wody wynosi  $\bar{x} = 1029$  m<sup>3</sup>, a wariancja  $s^2 = 191$  m<sup>6</sup>. Zweryfikować hipotezę  $H : \mu = 1000$  m<sup>3</sup>, przyjmując poziom istotności  $\alpha = 0.01$  i hipotezę alternatywną  $H_1 : \mu > 1000$  m<sup>3</sup>.
4. Badano zawartość nikotyny w dwóch gatunkach papierosów. W próbie liczącej 50 papierosów gatunku A zaobserwowano średnią arytmetyczną zawartości nikotyny  $\bar{x}_1 = 23.8$  mg przy odchyleniu standardowym  $s_1 = 1.2$  mg. W próbie liczącej 40 papierosów gatunku B zaobserwowano  $\bar{x}_2 = 24.1$  mg,  $s_2 = 1.4$  mg. Czy można uważać, na poziomie istotności 0.05, że przeciętna zawartość nikotyny w papierosach gatunku A jest niższa niż w papierosach gatunku B?
5. Pomiary prędkości samochodów osobowych na pewnym odcinku autostrady dały wyniki

Prędkość w km/godz	Liczba samochodów
poniżej 80	7
80–90	30
90–100	40
100–110	69
110–120	48
powyżej 120	6

Zakładając, że prędkość samochodów osobowych na tym odcinku ma rozkład  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ , zweryfikować hipotezy:

- (a) Na poziomie istotności  $\alpha = 0.05$ , że przeciętna prędkość wynosi poniżej 105 km/godz.
  - (b) Na poziomie istotności  $\alpha = 0.01$ , że ponad 55% samochodów na tym odcinku jedzie z prędkością przynajmniej 100 km/godz. Jaka będzie decyzja, gdy  $\alpha = 0.1$ ?
6. W ciągu 100 dni obserwowano liczbę awarii w sieci wodno-kanalizacyjnej w pewnym rejonie miasta i otrzymano:

Liczba awarii	0	1	2	3	4	5
Liczba dni	13	30	25	15	10	7

- (a) Czy można uważać, że przeciętna liczba awarii w tym rejonie jest równa 2? Poziom istotności 0.02.
- (b) W innym rejonie miasta otrzymano na podstawie obserwacji w ciągu 50 dni średnią liczbę awarii równą 3 i wariancję z próby równą 4. Czy można sądzić na poziomie istotności  $\alpha = 0.02$ , że przeciętna liczba awarii w obu rejonach miasta jest taka sama?
- (c) Czy można uważać, że mniej niż 60% obserwacji to takie dni, kiedy zarejestrowano przynajmniej 2 awarie? Poziom istotności  $\alpha = 0.1$ .

7. Dwie grupy chorych, z których każda liczy 40 osób, poddano leczeniu dwoma lekami, pierwszą lekiem A, drugą – B. W pierwszej grupie nastąpiła wyraźna poprawa u 22 chorych, w drugiej u 34. Przypuszcza się, że lek B jest skuteczniejszy od leku A. Czy wyniki tych kuracji potwierdzają to przypuszczenie? Poziom istotności  $\alpha = 0.05$ .

Tablica 1: **Rozkład normalny:** Wartości funkcji Laplace'a  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$ .

$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$
0.00	.500	0.50	.691	1.00	.841	1.50	.933	2.00	.977	2.50	.9938	3.00	.9986
0.05	.520	0.55	.709	1.05	.853	1.55	.939	2.05	.980	2.55	.9946	3.05	.9988
0.10	.540	0.60	.726	1.10	.864	1.60	.945	2.10	.982	2.60	.9954	3.10	.9990
0.15	.560	0.65	.742	1.15	.875	1.65	.951	2.15	.984	2.65	.9960	3.15	.9992
0.20	.579	0.70	.758	1.20	.885	1.70	.955	2.20	.986	2.70	.9966	3.20	.9993
0.25	.599	0.75	.773	1.25	.894	1.75	.960	2.25	.988	2.75	.9970	3.25	.9994
0.30	.618	0.80	.788	1.30	.903	1.80	.964	2.30	.989	2.80	.9974	3.30	.9995
0.35	.637	0.85	.802	1.35	.911	1.85	.968	2.35	.991	2.85	.9978	3.35	.9996
0.40	.655	0.90	.816	1.40	.919	1.90	.971	2.40	.992	2.90	.9982	3.40	.9996
0.45	.674	0.95	.829	1.45	.926	1.95	.974	2.45	.993	2.95	.9984	3.45	.9997