**WEiZ, kier. Ekonomia, 11EK-SD, 12EK-SD, Ekonomia matematyczna ćw. do wykł. 12 (2019/2020)**

**ZADANIE 1**. Firma działa w warunkach wolnej konkurencji i wytwarza 1 produkt zużywając 2 czynniki produkcji: kapitał i pracę . Proces produkcji opisuje funkcja:

1. Funkcję produkcyjnego popytu na czynniki:

1. Funkcję (optymalnej) podaży towaru
2. Funkcję zysku
3. Funkcję kosztów

***Rozwiązanie***

Ad (**a**) Należy rozwiązać zadanie

gdzie: cena towaru wytwarzanego, – ceny czynników (kapitału i pracy). Mamy:

Funkcja jest (silnie) wklęsła, więc w celu rozwiązania tego zadania wystarczy rozwiązać układ równań:

.

Otrzymujemy:

.

Ad (**b**)

.

Po przekształceniach dostajemy:

.

Ad (**c**). Z definicji:

,

.

:

.

Ad (**d**). Ponieważ

,

.

Zadanie to jest równoważne z następującym:

. (\*)

Jest to zadanie ma poszukiwanie minimum warunkowego. W tym celu budujemy funkcję Lagrange’a zadania (\*):

.

Należy rozwiązać układ równań:

.

Rozwiązując go dostajemy:

a stąd:

.

Po przekształceniach:

.

**ZADANIE 2.** Przedsiębiorstwo funkcjonujące w gospodarce konkurencji zużywa 2 czynniki produkcji, kapitał i pracę wytwarzając 1 towar zgodnie z funkcją produkcji:

.

1. Funkcję produkcyjnego popytu na czynniki
2. Funkcję (optymalnej) podaży towaru
3. Funkcję zysku
4. Funkcję kosztów

***Rozwiązanie***

Ad (**a**)

Należy rozwiązać zadanie

Funkcja jest (silnie) wklęsła, więc wystarczy rozwiązać układ równań:

.

Otrzymujemy:

.

Ad (**b**)

.

Ad (**c**).

.

:

.

Ad (**d**).

.

Budujemy funkcję Lagrange’a:

.

Należy rozwiązać układ równań:

.

Rozwiązując go dostajemy:

a stąd:

Po przekształceniach:

.

**ZADANIE 3.** Wyprowadź wzór na funkcję kosztów na rynku konkurencyjnym w przedsiębiorstwie zużywającym 2 czynniki produkcji - kapitał oraz pracę z - i wytwarzającym 1 towar zgodnie z funkcją produkcji:

.

.

(\*)

Wprowadźmy oznaczenie . Wówczas zadanie (\*) jest równoważne z zadaniem:

Budujemy funkcję Lagrange’a:

.

Należy rozwiązać układ równań:

.

Rozwiązując go dostajemy:

Wówczas:

Po przekształceniach:

.

**Zadania proponowane do samodzielnego rozwiązania**

1. W gospodarce rynkowej mamy przedsiębiorstwo wytwarzające jeden towar i zużywające dwa czynniki produkcji, kapitał i pracę . Proces produkcji opisuje funkcja:
2. Funkcję produkcyjnego popytu na czynniki:

1. Funkcję (optymalnej) podaży towaru
2. Funkcję zysku
3. Funkcję kosztów

**Odp.**

Ad (a)

Ad. (b) .

Ad (c) .

Ad (d) .

1. Przedsiębiorstwo funkcjonuje w warunkach wolnej konkurencji wytwarzając 1 produkt oraz zużywając 2 czynniki produkcji: kapitał i pracę . Proces produkcji opisuje funkcja:
2. Funkcję produkcyjnego popytu na czynniki:

1. Funkcję (optymalnej) podaży towaru
2. Funkcję zysku

**Odp.**

Ad (a)

Ad (b)

Ad (c) .

1. Wyznacz funkcję kosztów firmy działającej w warunkach wolnej konkurencji, wytwarzającej 1 towar i zużywającej 2 czynniki zgodnie z funkcją produkcji:

**Odp.**  y.