**WEiZ, kier. Ekonomia, 11EK-SD, 12EK-SD, Ekonomia matematyczna ćw. do wykł. 7-8 (2019/2020)**

***Na początek jeszcze kilka zadań do wykładu 6***

**ZADANIE 1**. Funkcja popytu konsumenta ma postać następującą:

.

.

***Rozwiązanie***

Z definicji:

 ; (elastyczność cenowa prosta )

 ; (elastyczność cenowa krzyżowa)

 (elastyczność dochodowa)

Zauważmy, że do przeprowadzenia klasyfikacji towarów potrzebna jest tylko znajomość znaku wyrażenia (dodatki/ujemny). We wszystkich w/w definicjach (wzorach na elastyczność) drugi człon (, , jest dodatni, więc w celu przeprowadzenia klasyfikacji nie musimy liczyć całego wrażenia , (choć oczywiście możemy), wystarczy wyznaczyć wartość członu pierwszego: , , .

Mamy zatem:

 (towar 1 normalny),

 (towar 2 normalny)

 (obydwa towary są substytucyjne: wzrost ceny towaru „a” powoduje - w sytuacji „normalnej” - spadek popytu na towar „a” przy jednoczesnym wzroście popytu na towar „b”),

 (towar 1 wyższego rzędu),

 (towar 2 wyższego rzędu).

**ZADANIE 2.** W zadaniu 1 obydwa towary są substytucyjne. Kiedy (przy jakich cenach) wzrost o 1% popytu na towar spowoduje w nim wzrost o popytu na towar ()?

***Rozwiązanie***

.

Odp. Elastyczności cenowe krzyżowe popytu będą sobie równe przy identycznych cenach towarów.

**ZADANIE 3.** Funkcja popytu konsumenta ma postać następującą:

.

.

 (towar 1 normalny),

 (towar 2 normalny)

 (obydwa towary substytucyjne),

 , (obydwa towary wyższego rzędu).

**ZADANIE 4.**  **(a)** Czy koszyk towarów jest dostępny dla konsumenta dysponującego gotówką zł przy cenach towarów

 **(b)**  Czy jest to dla konsumenta koszyk optymalny?

***Rozwiązanie***

**Odp.** Ad **(a)** Tak, Ad **(b)** Nie

***Zadania do wykładów 7-8***

**ZADANIE 5.** Na rynku mamy 2 konsumentów. Pierwszy przybywa z 10 jednostkami (np. 10 kg) towaru 1:

 . (1)

Jego funkcja użyteczności:

.

Drugi przynosi 5 jednostek (np. 5 kg) towaru 1 oraz 20 jednostek (20 kg) towaru 2:

 (2)

i przy wyborze towarów kieruje się funkcją użyteczności:

.

1. Wyznacz ceny równowagi.
2. Wyznacz optymalny koszyk towarów każdego konsumenta.

***Rozwiązanie***

1. Wyprowadzimy postać funkcji popytu konsumentów. W tym celu rozwiążemy stosowne układy równań.

Konsument 1.

Rozwiązując ten układ otrzymujemy:

.

Ponieważ

,

stąd otrzymujemy następującą zredukowaną postać funkcji popytu pierwszego konsumenta[[1]](#footnote-1):

 . (3)

Konsument 2.

Rozwiązując ten układ otrzymujemy:

.

Jednocześnie

,

skąd dostajemy zredukowaną funkcję popytu drugiego konsumenta:

 . (4)

Popyt całkowity (suma (3)+(4)):

 .

Całkowita podaż (suma (1)+(2)):

.

Funkcja popytu nadwyżkowego , tj.

(5)

.

Rozwiązując ten układ dostajemy:

7

Ceny w równowadze są określone z dokładnością do struktury, zatem wystarczy przyjąć dowolną cenę towaru 1 , np. , wtedy . Stąd otrzymujemy ceny równowagi:

 (6)

1.

**ZADANIE 6.** Pierwszy konsument posiada 20 jednostek towaru 1 oraz 10 jednostek towaru 2:

 ,

a jego funkcja użyteczności:

.

Drugi dostarcza 30 jednostek towaru 1 oraz 15 jednostek towaru 2:

i przy wyborze towarów kieruje się funkcją użyteczności:

.

1. Wyznacz ceny równowagi.
2. Jaka będzie zawartość optymalnego koszyka towarów każdego konsumenta?

***Rozwiązanie***

**(a)**W celu wyznaczenia postać funkcji popytu konsumentów rozwiążemy stosowne układy równań.

Konsument 1.

Rozwiązując ten układ otrzymujemy:

.

Ponieważ

,

 otrzymujemy następującą zredukowaną funkcję popytu pierwszego konsumenta:

 .

Konsument 2.

Rozwiązując ten układ otrzymujemy:

.

Jednocześnie

,

skąd dostajemy zredukowaną funkcję popytu drugiego konsumenta:

.

Popyt całkowity (suma (3)+(4)):

 .

Całkowita podaż (suma (1)+(2)):

.

Funkcja popytu nadwyżkowego , czyli po podstawieniach:

,

 .

Rozwiązując ten układ dostajemy:

Ceny w równowadze są określone z dokładnością do struktury, więc wystarczy przyjąć np. , wtedy i otrzymujemy ceny równowagi:

**(b)**

**ZADANIE 7.** W zadaniu 5 zachowanie konsumentów opisuje funkcja popytu nadwyżkowego (zob. (5)):

,

co prowadzi do cen równowagi (6):

czyli do relacji cen (w równowadze):

Załóżmy, że czas zmienia się skokowo, oraz dynamikę cen na naszym rynku z 2 towarami i 2 konsumentami opisuje układ równań:

,

gdzie , czyli:

lub inaczej (w postaci rekurencyjnej):

Weźmy dowolny wektor cen w momencie początkowym , np. . Nasz rynek jest stabilny. Wskazuje na to dynamika cen (zbieżność relacji cen do cen w równowadze ), którą ilustrujemy w poniższej tabeli:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | … |
|  |  |  |  |  |  | 6,66 | … |
|  |  |  |  |  |  |  | … |
|  |  |  |  |  |  |  | … |

**Zadania proponowane do samodzielnego rozwiązania**

**1.** Na rynku mamy 2 konsumentów. Pierwszy przybywa z 24 jednostkami towaru 1 oraz 16 jednostkami towaru 2

 . (1)

Jego funkcja użyteczności:

.

Drugi przynosi 12 jednostek towaru 1 oraz 12 jednostek towaru 2:

 (2)

i przy wyborze towarów kieruje się funkcją użyteczności:

.

Wyznacz ceny równowagi.

Ile towaru znajdzie się w optymalnym koszyku każdego konsumenta?

**Odp.**

**2.** Wyznacz ceny równowagi na ryku z 2 towarami i 2 konsumentami kierującymi się funkcjami użyteczności:

.

wiedząc, że ich zapasy towarów wynoszą:

.

**Odp.**

**3.** **(a)** Wyznacz ceny równowagi na ryku z 2 towarami i 2 konsumentami kierującymi się funkcjami użyteczności:

.

( ) wiedząc, że ich zapasy towarów wynoszą:

.

**Odp.**

 **(b)** Ile towaru znajdzie się w optymalnym koszyku każdego konsumenta, gdy ?

**Odp.** .

**4.** Wyznacz ceny równowagi na ryku z 3 towarami i 3 konsumentami kierującymi się funkcjami użyteczności:

( ) wiedząc, że ich zapasy towarów wynoszą:

.

**Odp.**

1. Nazywaną tez funkcją popytu w postaci intensywnej. [↑](#footnote-ref-1)