

## 5. Wykresy 3D

W punkcie tym zostanie przedstawiona metoda generowania wykresów funkcji dwóch zmiennych tzn. funkcji postaci  $z=f(x, y)$ .

W celu wykreślenia wykresu funkcji należy:

- przygotować zbiór punktów tworzących dziedzinę funkcji,
- dla każdego z punktów dziedziny obliczyć wartość funkcji,
- wykreślić wykres.

Zwróć uwagę, że przedstawiony sposób postępowania ma zastosowanie również podczas kreślenia wykresu funkcji jednej zmiennej przy pomocy funkcji **plot**.

Założmy, że chcemy wykreślić wykres funkcji  $y=x^2$  w przedziale  $[-2, 2]$ . W celu wykreślenia wykresu należy:

- przygotować zbiór punktów tworzących dziedzinę funkcji, tzn. np.:  
>> **x = -2:0.1:2**
- dla każdego z punktów dziedziny obliczyć wartość funkcji,  
>> **y = x.^ 2**
- wykreślić wykres  
>> **plot(x, y)**

### 5.1. Przygotowanie zbioru punktów opisujących dziedzinę

Założmy, że zadanie polega na wykreśleniu wykresu funkcji  $z=x^2+y^2$ . Dodatkowo, zarówno  $x$  jak i  $y$  powinny przyjmować wartości z przedziału  $[-2, 2]$ .

Przyjmijmy dodatkowo, że  $x$  jak i  $y$  mogą przyjmować wartości całkowite, tzn.:  $-2, -1, 0, 1, 2$ . W takim przypadku dziedzinę funkcji będzie stanowiło 25 punktów:

$P_{11}(-2, -2), P_{12}(-1, -2), P_{13}(0, -2), P_{14}(1, -2), P_{15}(2, -2),$   
 $P_{21}(-2, -1), P_{22}(-1, -1), P_{23}(0, -1), P_{24}(1, -1), P_{25}(2, -1),$   
 $P_{31}(-2, 0), P_{32}(-1, 0), P_{33}(0, 0), P_{34}(1, 0), P_{35}(2, 0),$   
 $P_{41}(-2, 1), P_{42}(-1, 1), P_{43}(0, 1), P_{44}(1, 1), P_{45}(2, 1),$   
 $P_{51}(-2, 2), P_{52}(-1, 2), P_{53}(0, 2), P_{54}(1, 2), P_{55}(2, 2),$





## **[x, y] = meshgrid(zx, zy)**

W celu przygotowania macierzy  $\mathbf{x}$  i  $\mathbf{y}$  dla opisanego powyżej wykresu należy wykonać polecenie:

```
>>[x, y] = meshgrid(-2:2, -2:2)
```

Uwaga: pierwszy i drugi argument wejściowy w powyższym przykładzie generują wektory: [-2,-1,0,1,2].

Jeżeli pierwszy i drugi argument wejściowy są takie same dopuszczalna jest skrócona forma wywołania funkcji **meshgrid**:

## **[x, y] = meshgrid(z)**

gdzie  $\mathbf{z}$  określa wartości współrzędnych  $x$  i  $y$ .

W rozważanym powyżej przykładzie współrzędne  $x$  i  $y$  są takie same. Macierze definiujące dziedzinę mogą więc być utworzone przy pomocy polecenia:

```
>>[x, y] = meshgrid(-2:2)
```

## **5.2. Obliczanie wartości funkcji**

Należy utworzyć macierz określającą wartość funkcji dla każdego punktu dziedziny w taki sposób, aby element macierzy o współrzędnych  $(i, j)$  odpowiadał wartości funkcji w punkcie o współrzędnych wyznaczonych przez elementy  $(i, j)$  macierzy  $\mathbf{x}$  i  $\mathbf{y}$ . Macierz zawierająca wartości funkcji musi więc mieć takie same wymiary jak macierze opisujące dziedzinę.

W celu przygotowania macierzy zawierającej wartości funkcji dla opisanego powyżej wykresu ( $z=x^2+y^2$ ) należy wykonać polecenie:

```
>>z = x.^2 + y.^2
```

Uwaga: zwróć uwagę, że operacje muszą być wykonywane na pojedynczych elementach macierzy wykorzystano więc operatory tablicowe.

## **5.3. Kreślenie wykresu**

W Matlab-ie istnieje wiele funkcji kreślących wykresy 3D na podstawie danych przygotowanych przedstawioną powyżej metodą. Podstawową funkcją jest **surf**, która rysuje powierzchnię wykresu w postaci siatki o różnokolorowych oczkach. Kolor zmienia się wraz ze zmianą wartości funkcji. Schemat wywołania:

### **surf(x, y, z)**

gdzie:  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  to macierze opisujące dziedzinę, a  $\mathbf{z}$  macierz zawierająca wartości funkcji.



Poza funkcją **surf** do rysowania powierzchni trójwymiarowych można wykorzystać:

- **mesh** – rysuje powierzchnię w postaci siatki, której oczka nie są pokolorowane,
- **meshc** – rysuje siatkę jak funkcja **mesh** i umieszcza pod nią wykres poziomicowy,
- **meshz** – rysuje siatkę jak funkcja **mesh**, ale z bocznymi powierzchniami,
- **surfc** – rysuje siatkę jak funkcja **surf** i umieszcza pod nią wykres poziomicowy,
- **surfl** – rysuje siatkę jak funkcja **surf** dodatkowo uwzględniając odbicia światła,
- **contour** – rysuje wykres poziomicowy,
- **contourf** – rysuje wykres poziomicowy, obszary pomiędzy poziomiami są pokolorowane.

Wszystkie wymienione funkcje można wywołać tak jak opisaną powyżej funkcję **surf**, dodatkowo dla wykresów poziomicowych można podać czwarty parametr (wektor), którego elementy określają jakim wysokościami mają odpowiadać kolejne poziomicie.

### Przykład

Należy narysować wykres funkcji  $z = \sin(x)\sin(y)e^{-x^2-y^2}$ , dla  $x$  o wartościach  $[-3; 3]$  ze skokiem 0.1 i  $y$   $[-2; 2]$  ze skokiem 0.2.

Przygotowanie dziedziny:

```
>>[x, y] = meshgrid(-3:0.1:3, -2:0.2:2)
```

Obliczenie wartości funkcji:

```
>>z = sin(x) .* sin(y) .* exp(-x.^2 - y.^2)
```

Kreślenie wykresu

```
>>surf(x, y, z)
```

Wykres poziomicowy z domyślnym położeniem poziomic

```
>>contour(x, y, z)
```

Wykres poziomicowy z poziomiami odpowiadającymi wartościom -0.1, 0 i 0.1

```
>>contour(x, y, z, [-0.1 0 0.1])
```



## Ćwiczenia

1. Wykonaj wykresy funkcji:

a)  $f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 + 1$  w przedziale  $x_1 \in [-1, 3]$ ,  $x_2 \in [0, 4]$ ,

b)  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2$  w przedziale  $x_1 \in [-5, 5]$ ,  $x_2 \in [-5, 5]$ ,

c)  $f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$  w przedziale  $x_1 \in [-2, 2]$ ,  $x_2 \in [-1, 3]$ .

