

4. HIPOTEZY PARAMETRYCZNE

Wynikiem działania testów statystycznych w STATISTICE są graniczne poziomy istotności p -value. Decyzję o **odrzućeniu** hipotezy H_0 można podjąć, gdy:

założony poziom istotności α **jest większy od** poziomu granicznego p -value.

O **braku podstaw** do odrzucenia hipotezy H_0 świadczy:

poziom istotności α **mniejszy od** granicznego poziomu istotności p -value.

W przypadku kilku testów nie ma możliwości określenia wartości poziomu α (domyślnie przyjmowany jest poziom istotności $\alpha = 0,05$). Dodatkowo, część funkcji dostępnych w programie przeprowadza obliczenia dla testów dwustronnych. Dla statystyki testowej o symetrycznym rozkładzie wartości p -value dla testów jednostronnych można wyznaczyć z zależności: $p_1 = p_{12}/2$ i $p_2 = 1 - p_{12}/2$, gdzie: p_1 , p_2 , p_{12} są wartościami p -value odpowiednio dla testów jednostronnych i dla testu dwustronnego.

Dla ułatwienia, wyniki testów, które dla ustalonego poziomu istotności α wymagają odrzucenia hipotezy H_0 , zaznaczane są na czerwono.

Weryfikacja hipotez parametrycznych możliwa jest w programie z poziomu okna **Statystyki podstawowe** (dostępne z menu głównego: **Statystyka/Statystyki podstawowe**). Dostępne są opcje:

- **Test t dla pojedynczej próby**
w części teoretycznej omówiony w punkcie 1.1: *Weryfikacja hipotez dla średniej (nieznane σ)*,
- **Test t dla prób niezależnych (wzgl. zmn.)**
w części teoretycznej omówiony w punktach: 1.2.: *Weryfikacja hipotez o równości średnich dwóch populacji (nieznane ale równe σ)* i 1.3. *Weryfikacja hipotez o równości wariancji*,
- **Test t dla prób niezależnych (wzgl. grup)**
wykorzystywany do weryfikacji hipotezy o równości średnich w wybranych grupach jednej zmiennej,
- **Test t dla prób zależnych**
wykorzystywany do weryfikacji hipotezy o równości średnich dla dwóch powiązanych czasowo prób – np. przed i po wprowadzeniu jakiejś modyfikacji,
- **Inne testy istotności**
test dla różnicy pomiędzy współczynnikami korelacji,
test dla różnicy pomiędzy dwoma średnimi (omówiony w części teoretycznej w punkcie 1.2.: *Weryfikacja hipotez o równości średnich dwóch populacji (nieznane ale równe σ)*)
test dla różnicy pomiędzy dwoma wskaźnikami struktury (omówiony w części teoretycznej w punkcie 1.5: *Weryfikacja hipotez o równości frakcji dwóch populacji*).

4.1. Przykłady

Kolejność omówionych tu przykładów odpowiada ich kolejność w części teoretycznej. Ze względu na brak w programie testów weryfikujących wybrane hipotezy część przykładów nie została dołączona.

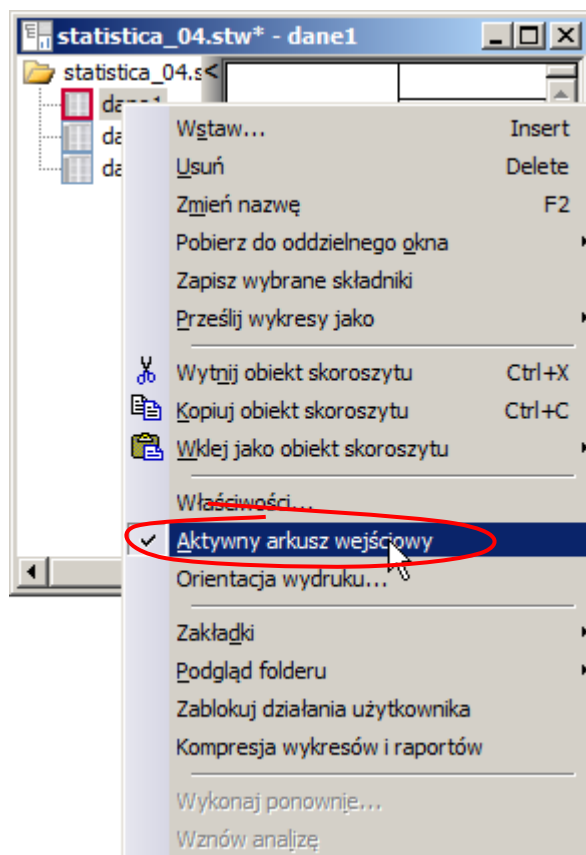


W dołączonym na stronie skoroszybie umieszczono arkusze z danymi: *dane1*, *dane2* i *dane3*. Arkusz aktywny jest wyróżniony w oknie skoroszytu na **czzerwono** (na poniższym rysunku arkuszem aktywnym jest arkusz *dane1*). Aktywność arkusza jest istotna przy wykonywaniu obliczeń – wykonywane są one dla arkusza aktywnego. Arkusz można uaktywnić wybierając z menu podręcznego (dostępne pod prawym przyciskiem myszy) opcję **Aktywny arkusz wejściowy**.

	1 pomiar1
1	20
2	21
3	22,4
4	23
5	21,3
6	21,9
7	20,6
8	21
9	19,8
10	20,4

	1 wynik1	2 wynik2
1	18	22,1
2	21	20,3
3	22,4	21,4
4	23	23,1
5	21,3	21,1
6	21,9	21,8
7	17,6	20,6
8	21	22,8
9	17,8	
10	19,4	

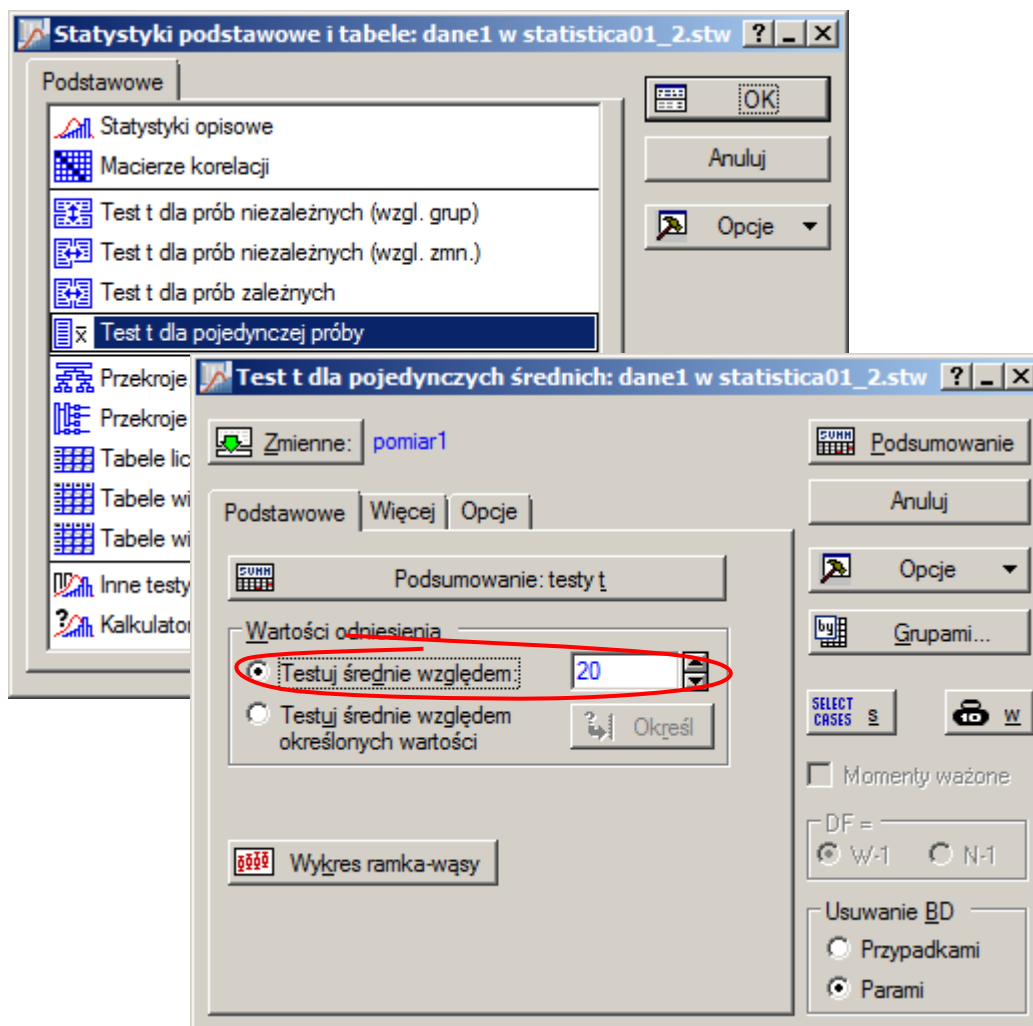
	1 wgłębnik1	2 wgłębnik2
1	127	111
2	116	101
3	128	95
4	120	94
5	134	100
6	104	95
7	125	106
8	114	99
9	123	100
10	119	105



4.1.1. Test dla μ (nieznane σ)

Automat produkuje detale o nominalnej długości 20. Wykonano 10 niezależnych pomiarów długości pewnego detalu i zapisano je w arkuszu *dane1* w zmiennej *pomiar1*. Czy obliczona średnia długość detalu równa 21,14 pozwala na stwierdzenie, że rzeczywista długość jest większa od nominalnej. Przyjmując poziom istotności $\alpha = 0,01$.

Weryfikację hipotezy umożliwia **Test t dla pojedynczej próby**. W oknie testu należy wskazać zmienną dla której przeprowadzany jest test (arkusz *dane1* powinien zostać uaktywniony) oraz weryfikowaną poprzez hipotezę H_0 wartość średniej, tzn.: $H_0 : \mu = 20$.



Test jest realizowany jako dwustronny z domyślnym poziomem istotności $\alpha = 0,05$, więc interpretacja zwracanych przez program wyników musi uwzględniać przeliczenie na test jednostronny (hipoteza alternatywna zadaniu jest stawiana jako: $H_1 : \mu > 20$) oraz różny od domyślnego poziom istotności $\alpha = 0,01$.

Wyniki zwracane przez program pokazują, że gdyby w zadaniu hipoteza została postawiona jako: $H_1 : \mu \neq 20$ a poziom istotności $\alpha = 0,05$ to hipotezę zerową należałoby odrzucić na rzecz hipotezy alternatywne – wyróżnione na czerwono wartości testu.

Test średnich względem stałej wartości odniesienia (dane1 w statistica01_2.stw)

Zmienna	Średnia	Odch.st.	Ważnych	Bł. std.	Odniesienie Stała	t	df	p
pomiar1	21,14000	1,034086	10	0,327007	20,00000	3,486168	9	0,006871

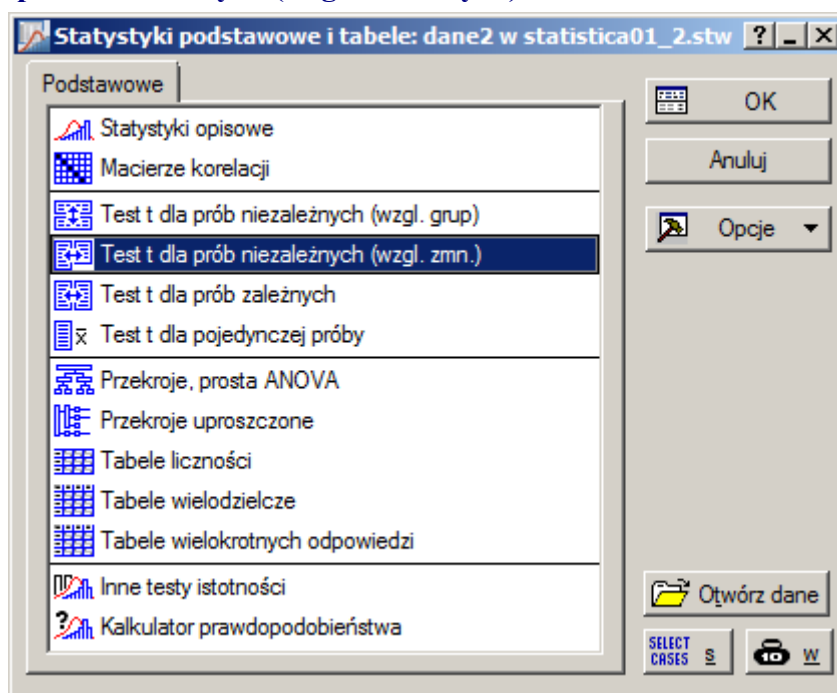
Widoczna w powyższym oknie wartość granicznego poziomu istotności $p = 0,006871$ została wyznaczona dla testu dwustronnego. *Test t* wykorzystuje statystykę testową o symetrycznym rozkładzie *t-Studenta*, wartość *p-value* dla testu jednostronnego można więc wyznaczyć w oparciu o *p-value* testu dwustronnego. Dla hipotezy alternatywnej $H_1: \mu > 20$ otrzymuje się $p\text{-value} = 0,006871/2 \approx 0,0034$ (mniejszą z wartości *p-value* otrzymuje się dla hipotezy H_1 zgodnej ze średnią otrzymaną z próby, tzn. $21,14 > 20$, dla $H_1: \mu < 20$, $p\text{-value} = 1 - 0,0034 = 0,9966$). Założony poziom istotności $\alpha = 0,01$ **jest większy od** poziomu granicznego *p-value* ($0,01 > 0,0034$) więc podobnie jak w przypadku analizowanego przez program testu dwustronnego, hipotezę zerową należy odrzucić na rzecz hipotezy o większej od nominalnej średniej długości detalu.

4.1.2. Test o równości średnich $\mu_1 = \mu_2$ (nieznane ale równe σ_1 i σ_2)

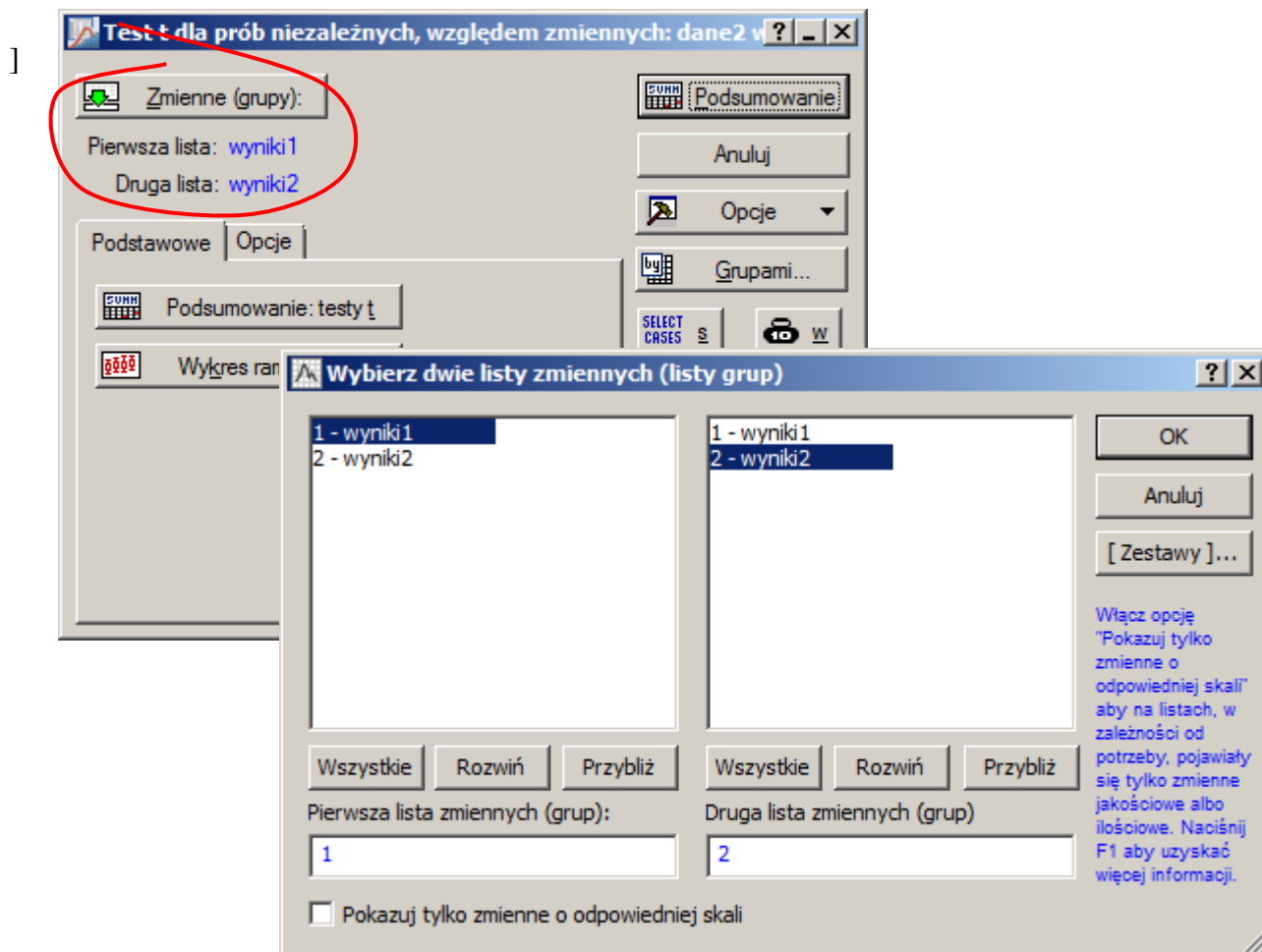
Wykonano dwie serie pomiarów długości detalu z jednakową dokładnością. Wyniki zapisano w arkuszu *dane2*, w zmiennych *wyniki1* i *wyniki2*. Zweryfikować na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ hipotezę, że rozbieżność średnich jest nieprzypadkowa.

Weryfikację hipotezy można w programie przeprowadzić na dwa sposoby.

Sposób 1. Test t dla prób niezależnych (wzgl. zmiennych)



W oknie testu należy wskazać zmienne dla których przeprowadzany jest test (arkusz *dane2* powinien zostać uaktywniony). Po naciśnięciu przycisku **Zmienne (grupy)** wyświetlane jest okno pozwalające na wskazanie zmiennych dla których przeprowadzony zostanie test o równości średnich.



Wynik testu jest wyświetlany po naciśnięciu przycisków **Podsumowanie testy t** lub **Podsumowanie**.

statistica01_2.stw - Testy dla prób niezależnych (dane2 w statistica01_2.stw)											
Testy dla prób niezależnych (dane2 w statistica01_2.stw)											
Uwaga: Zmienne traktowane są jako niezależne próby.											
Grupa 1 wz. Grupy 2	Średnia Grupa1	Średnia Grupa2	t	df	p	Nważn. Grupa1	Nważn. Grupa2	Odch.std Grupa1	Odch.std Grupa2	iloraz F Wariancje	p Wariancje
wyniki1 vs. wyniki2	20,34	21,65	-1,6885	16	0,1107	10	8	1,996219	0,995705	4,019340	0,080154

Test weryfikuje właściwie dwie hipotezy:

1. hipotezę o równości średnich dla nieznanymi ale równych odchylen standardowych,
2. hipotezę o równości wariancji.



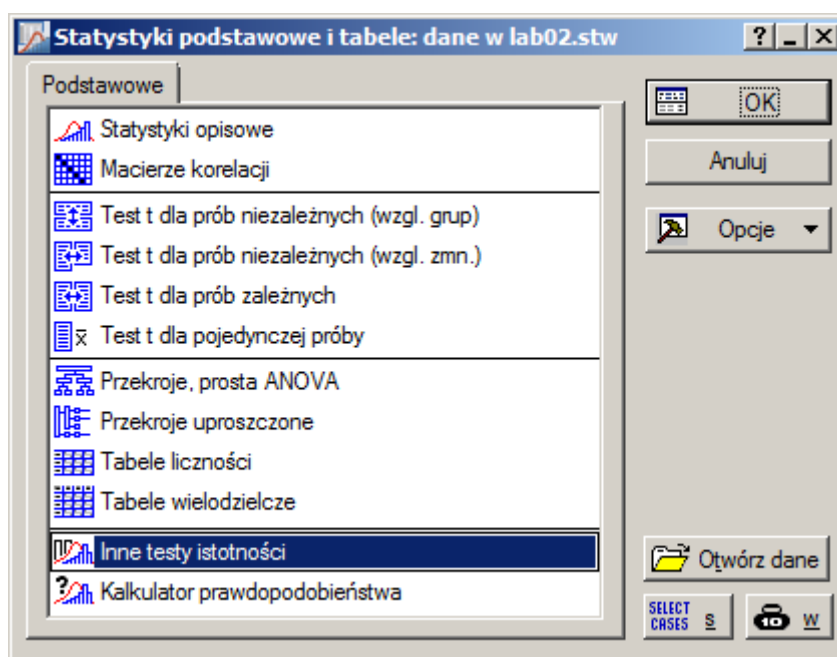
Hipoteza o równości średnich

Wyniki obliczeń dla hipotezy pierwszej wyświetlane są w kolumnach od **Średnia Grupa1** do **p**. Wartość **p** to graniczny poziom istotności dla testu dwustronnego. W rozważanym zadaniu hipoteza alternatywna miała postać $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ więc otrzymanej wartości p -value nie trzeba dodatkowo przeliczać. W przypadku realizacji testów jednostronnych p -value można wyznaczyć podobnie jak w punkcie poprzednim (statystyka testowa ma rozkład symetryczny, mniejsza z wartości p -value odpowiada hipotezie H_1 o relacji pomiędzy średnimi wynikającej z danych, w analizowanym przykładzie byłaby to hipoteza $H_1: \mu_1 < \mu_2$). Ze względu na inny od domyślnego poziom istotności $\alpha = 0,01$ należy zweryfikować czy testowana hipoteza H_0 nie może być odrzucona (na co wskazują nie wyróżnione na czerwono wyniki obliczeń). Poziom istotności α jest **mniejszy od** granicznego poziomu istotności p -value ($0,01 < 0,1107$) więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej – nie można więc stwierdzić, że średnie różnią się od siebie w sposób istotny.

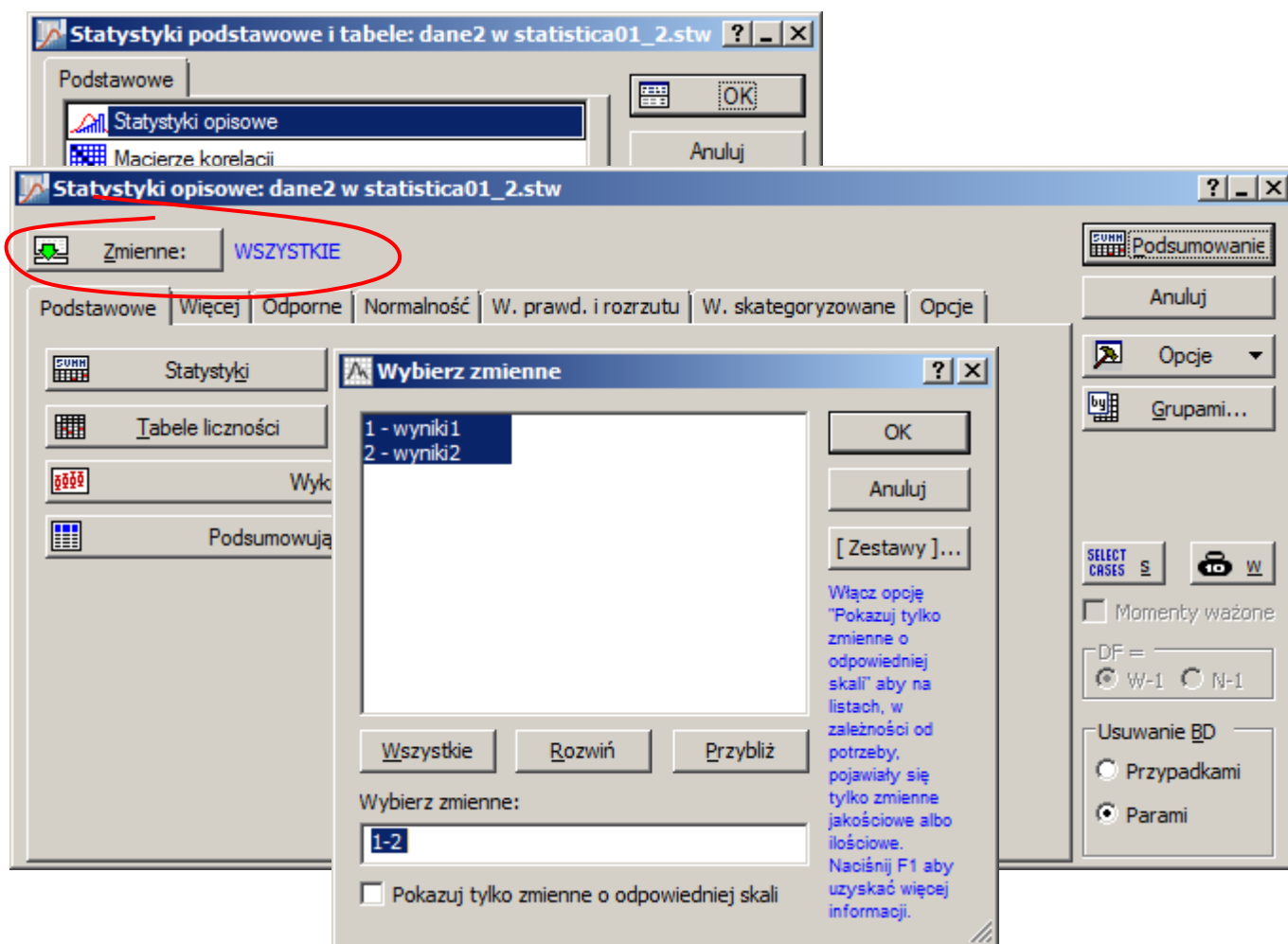
Hipoteza o równości wariancji

Podobnie wyniki testu dla hipotezy o równości wariancji (przeprowadzone dla testu dwustronnego i domyślnego poziomu istotności $\alpha = 0,05$) wskazują, że wariancje różnią się od siebie w sposób istotny. W części teoretycznej dla wykorzystywanych w tym przykładzie danych rozważane było zadanie, w którym na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ weryfikowano hipotezę o jednakowej wariancji obydwu serii pomiarów, ale hipoteza alternatywna była formułowana w postaci: $H_1: s_1^2 > s_2^2$. Widoczna w oknie testu wartość granicznego poziomu istotności $p = 0,080154$ (kolumna **p Wariancje**) została wyznaczona dla testu dwustronnego, aby otrzymać wartość p -value dla testu jednostronnego należy otrzymany wynik podzielić przez 2, tzn. $p = 0,080154/2 = 0,040077$. Założony poziom istotności $\alpha = 0,01$ jest **mniejszy od** granicznego poziomu istotności p -value ($0,01 < 0,040077$) więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej – nie można więc stwierdzić, że wariancje różnią się od siebie w sposób istotny.

Sposób 2. Inne testy istotności



Weryfikacja hipotez z wykorzystaniem opcji **Inne testy istotności** wymaga od użytkownika wcześniejszego wyznaczenia średnich i odchyłeń standardowych w badanych próbach. Obliczenia można wykonać posługując się wykorzystywanym wcześniej oknem **Statystyki opisowe**. Wskazując zmienne należy w tym przypadku wybrać obydwie zmienne arkusza *dane2*.



The image shows the 'Statystyki opisowe (dane2 w statistica01_2.stw)' results window. It displays a table with the following data:

Zmienna	Nważnych	Średnia	Odch. std
wyniki1	10	20,34000	1,996219
wyniki2	8	21,65000	0,995705

Otrzymane wyniki obliczeń należy teraz wprowadzić do okna testu o równości średnich. w oknie testu można też wybrać rodzaj testu: **Dwustronny/Jednostronny**. Wynikowy granicy poziom istotności *p-value* wyświetlany jest w oknie, może te zostać wysłany do raportu.



The image shows two screenshots from SPSS. The top screenshot is the 'Inne testy istotności: dane2 w statistica01_2.stw' dialog box. It has three sections: 'Różnica między dwoma współczynnikami korelacji', 'Różnica między dwiema średnimi (rozkład normalny)', and 'Różnica między dwoma wskaźnikami struktury'. The middle section is circled in red. In this section, the mean for group 1 is 20.34, standard deviation is 1.99621, and N is 10. For group 2, the mean is 21.65, standard deviation is .995705, and N is 8. The p-value is .1107. The 'Oblicz' button is also circled in red, with a red arrow pointing to the p-value label 'p-value'. The bottom section shows two percentages of .50000 with N=10 and a p-value of 1.0000. The bottom screenshot is the 'Raport1.str' report window, which displays the following text: 'Śred.1=20,3400 Od.std.1=1,99622 N=10', 'Śred.2=21,6500 Od.std.2=,995705 N=8 p=,110709 (test dwustr.)'.

Wynik obliczeń jest w tym przypadku identyczny jak poprzednio: poziom istotności α jest **mniejszy od** granicznego poziomu istotności p -value ($0,01 < 0,1107$) więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej – nie można więc stwierdzić, że średnie różnią się od siebie w sposób istotny.

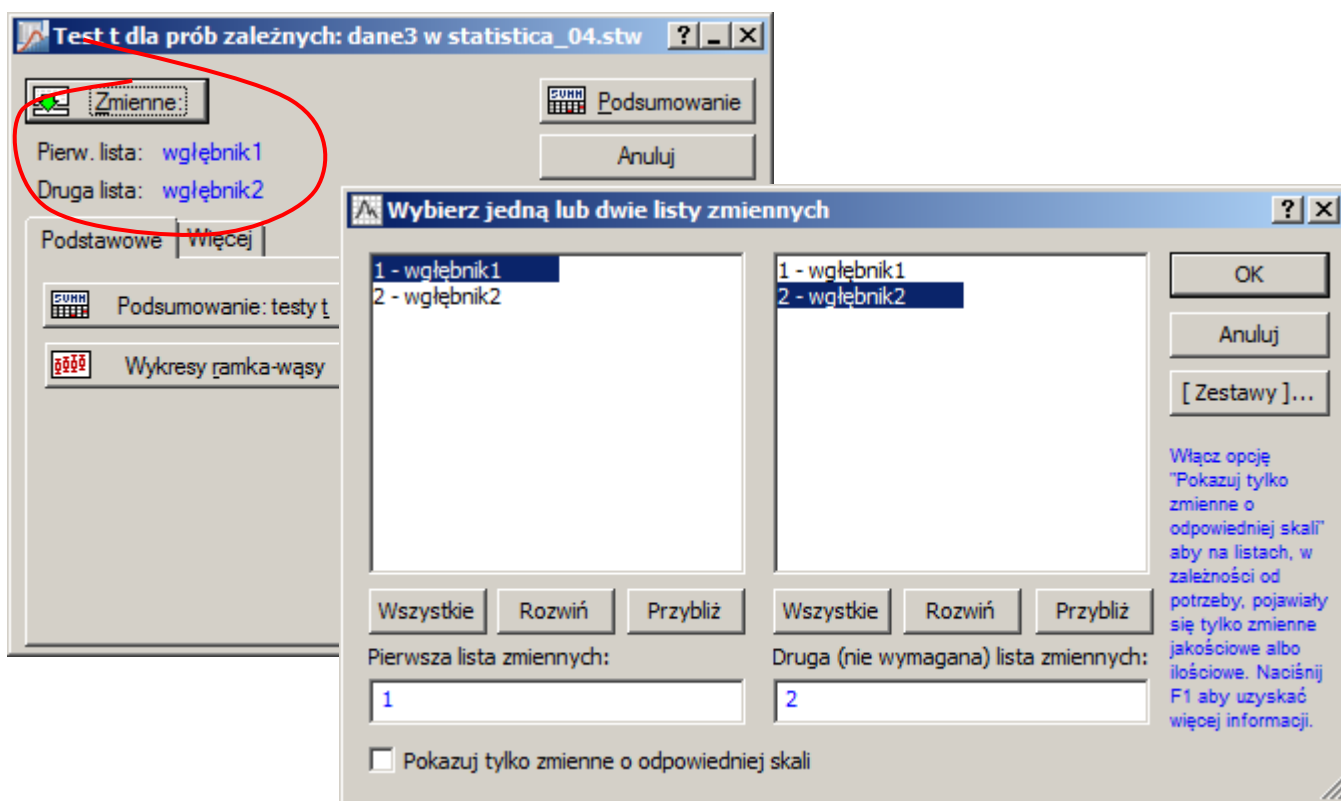
4.1.3. Test o równości średnich $\mu_1 = \mu_2$ próby zależne

The image shows the 'Statystyki podstawowe i tabele: dane1 w statistica_04.stw' dialog box. The 'Podstawowe' tab is selected. The list of tests includes: 'Statystyki opisowe', 'Macierze korelacji', 'Test t dla prób niezależnych (wzgl. grup)', 'Test t dla prób niezależnych (wzgl. zm.)', 'Test t dla prób zależnych' (which is highlighted), 'Test t dla pojedynczej próby', 'Przekroje, prosta ANOVA', 'Przekroje uproszczone', 'Tabele licznosci', 'Tabele wielozdzielcze', 'Tabele wielokrotnych odpowiedzi', 'Inne testy istotności', and 'Kalkulator prawdopodobieństwa'. On the right side, there are buttons for 'OK', 'Anuluj', 'Opcje', and 'Otwórz dane'. At the bottom right, there are 'SELECT CASES' and 'W' buttons.



Wykonano dwie serie pomiarów twardości 10 losowo wybranych detali. Pomiary wykonywano z wykorzystaniem dwóch różnych wglębników. Wyniki zapisano w arkuszu *dane3*, w zmiennych *wglębnik1* i *wglębnik2*. Zweryfikować na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ hipotezę, że rozbieżność średnich jest nieprzypadkowa.

Po wybraniu testu dla prób zależnych, należy wskazać zmienne dla których przeprowadzany jest test (arkusz *dane3* powinien zostać uaktywniony). Po naciśnięciu przycisku **Zmienne** wyświetlane jest okno pozwalające na wskazanie zmiennych dla których przeprowadzony zostanie test o równości średnich.



Wynik testu jest wyświetlany po naciśnięciu przycisków **Podsumowanie testy t** lub **Podsumowanie**.

Dane: Test T dla prób zależnych (dane3 w statistica_04.stw)*								
Test T dla prób zależnych (dane3 w statistica_04.stw)								
Zaznaczone różnice są istotne z $p < ,05000$								
Zmienna	Średnia	Odch.st.	Ważnych	Różnica	Odch.st. Różnica	t	df	p
wglębnik1	121,0	8,4459						
wglębnik2	100,6	5,4406	10	20,4	8,3825	7,6958	9	0,00003

p-value

Otrzymana wartość **p** to graniczny poziom istotności dla testu dwustronnego. W rozważanym zadaniu hipoteza alternatywna miała postać $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ więc otrzymanej wartości *p-value* nie trzeba dodatkowo przeliczać. W przypadku realizacji testów jednostronnych *p-value* można wyznaczyć podobnie jak w punkcie poprzednim (statystyka testowa ma rozkład symetryczny, mniejsza z wartości *p-value* odpowiada hipotezie H_1 o relacji pomiędzy średnimi wynikającej z danych, w analizowanym przykładzie

byłyby to hipoteza $H_1 : \mu_1 > \mu_2$). Ze względu na inny od domyślnego poziom istotności $\alpha = 0,01$ należy zweryfikować czy testowana hipoteza H_0 może być odrzucona (na co wskazują wyróżnione na czerwono wyniki obliczeń). Poziom istotności α jest **większy od** granicznego poziomu istotności p -value ($0,01 > 0,00003$) więc hipotezę zerową należy odrzucić na rzecz alternatywnej – pomiary wykonane przy pomocy obydwu wglębników różnią się od siebie w sposób istotny.

4.1.4. Test o równości wariancji

Test w programie przeprowadzany jest równocześnie z **Testem t dla prób niezależnych (wzgl. zmiennych)** – patrz punkt poprzedni.

4.1.5. Test o równości frakcji

Wysunięto hipotezę, że jakość produkcji pewnego wyrobu po wprowadzeniu nowej technologii nie uległa zmianie. Wylosowano 120 sztuk wyprodukowanych starą technologią i otrzymano 12 sztuk wadliwych, wśród wylosowanych 160 sztuk wyprodukowanych nową technologią i otrzymano 20 sztuk wadliwych. Zweryfikować na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ hipotezę o jednakowym wskaźniku braków przy produkcji obydwoma metodami.

Test można przeprowadzić z poziomu okna **Inne testy istotności**. Do weryfikacji hipotezy o równości frakcji konieczne jest podanie procentów wadliwych sztuk w obydwu porównywanych próbach. Wskaźniki te wynoszą odpowiednio: $p_1 = 12/120 = 0,1$ i $p_2 = 20/160 = 0,125$. Po wprowadzeniu danych do okna testu okazuje się, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej – nie można stwierdzić, że średnie nowa technologia przyczynia się do zmiany wskaźnika braków (poziom istotności α jest **mniejszy od** granicznego poziomu istotności p -value ($0,01 < 0,5153$)).

The image shows two windows from the Statistica software. The top window is titled "Inne testy istotności: dane2 w statistica01_2.stw". It contains three sections for different types of tests. The third section, "Różnica między dwoma wskaźnikami struktury", is circled in red. It shows input values for two proportions: % 1: .100000 (N1: 120) and % 2: .125000 (N2: 160). The resulting p-value is .5153. A red arrow points to this p-value with the label "p-value". The bottom window is titled "Raport4*" and displays the test results: "Proporcja%1= ,100000 N=120 %2=,125000 N=160 p=,515252 (test dwustr.)".