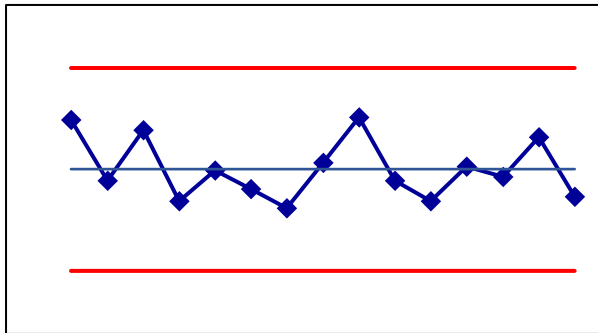


Sterowanie jakością

Karty kontrolne

$$\bar{X} - R$$

$$\bar{X} - S$$



Materiały

<http://pracownicy.uz.zgora.pl/ipajak/>

Statystyczne sterowanie procesem SPC to sterowanie jakością z wykorzystaniem narzędzi statystycznych, SPC to jedno z najczęściej stosowanych podejść w sterowaniu jakością.

W SPC jednym z częściej wykorzystywanych narzędzi są *karty kontrolne*, których twórcą jest Walter Andrew Shewhart.



Karty kontrolne są narzędziem pozwalającym na wykrywanie nielosowych (specjalnych) czynników zakłócających przebieg monitorowanego procesu produkcji. Parametry określające jakość procesu są zmiennymi losowymi, metody statystyczne pozwalają więc ocenić rodzaj zakłóceń wpływających na zmiany wartości badanych zmiennych.

Shewhart wyodrębnił:

czynniki naturalne (losowe) – przyczyny te są trudne do zidentyfikowania, czynników tych ich wiele, ich oddziaływanie na proces krótkotrwałe i niewielkie, źródła przyczyn tkwią w samym procesie, można je zredukować zmieniając technologię, narzędzia itp.,

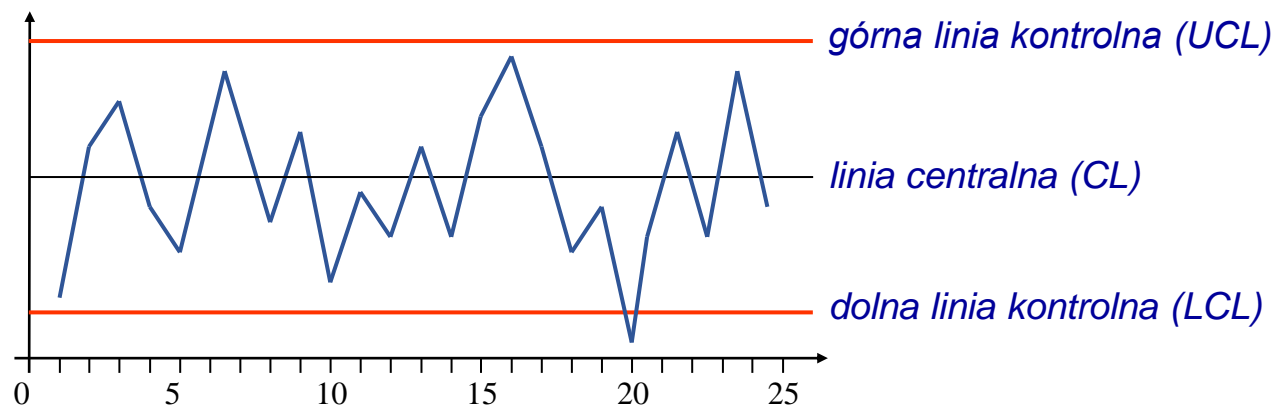
czynniki specjalne (nielosowe) – są łatwiejsze do zidentyfikowania, jest ich niewiele ale oddziałują na proces silnie i długotrwałe.

Podstawowym elementem karty jest *wykres postępu*:

- na osi poziomej wykresu odkładane są numery kolejno pobieranych próbek,
- na osi pionowej wybrana miara obserwowanej zmiennej (średnia, mediana, rozstęp, odchylenie standardowe).

Dodatkowo na wykresie umieszczane są specjalne linie:

- linia centralna (CL) – linia wokół, której oscylują wartości miary, linia ta może być wyznaczana na podstawie założeń technologicznych lub na podstawie próbki pilotażowej,
- linie kontrolne (górną UCL i dolną LCL) – wyznaczające obszar zmienności monitorowanej miary wywołany przyczynami naturalnymi.



Karty kontrolne

W ogólnym modelu karty kontrolnej Shewharta (zakładając, że średnia wartości mierzonej cechy wynosi $\hat{\mu}$ a odchylenie standardowe otrzymanych wyników wynosi $\hat{\sigma}$) linie karty konstruowane są na podstawie zależności:

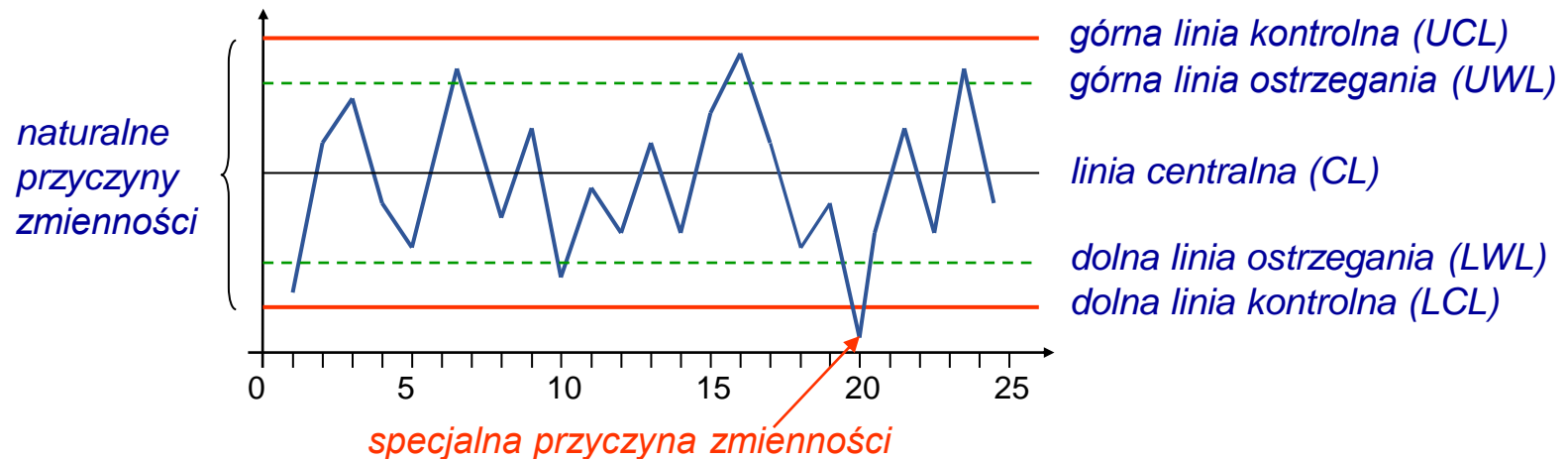
$$LCL = \hat{\mu} - L\hat{\sigma},$$

$$CL = \hat{\mu},$$

$$UCL = \hat{\mu} + L\hat{\sigma}.$$

gdzie: L to odległość granic kontrolnych od linii środkowej wyrażona w jednostkach odchyżeń standardowych, zwykle $L = 3$, na karcie zwykle w odległości $L = 2$ nanoszone są granice ostrzegawcze.

Zmienność procesu stabilnego mieści się w granicach kontrolnych. Przekroczenie tych granic świadczy o nielosowym oddziaływaniu i wymusza podjęcie działań korygujących.



Karty kontrolne – idea wykorzystania

Konfiguracja karty

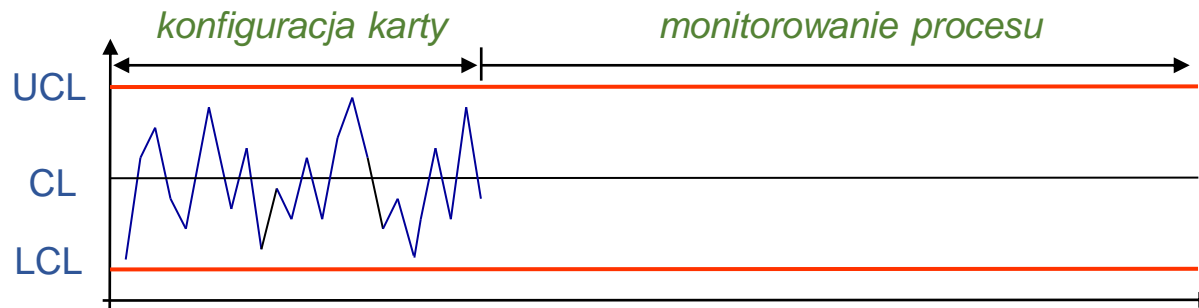
na ogół na podstawie 20 – 30 próbek wyznaczane są *próbne granice kontrolne*, po wyznaczeniu *granic kontrolnych* sprawdzana jest stabilność procesu:

- jeśli proces jest niestabilny – przyczyny niestabilności są eliminowane wyznaczane są ponownie granice aż do uzyskania stabilności,
- jeśli proces jest stabilny – karta jest skonfigurowana i może być wykorzystana do dalszego monitorowania procesu,

Monitorowanie procesu

punkty wykreślane są na kartach bez zmiany granic,

granice kontrolne są aktualizowane tylko gdy wystąpią istotne zmiany w przebiegu procesu – w tym przypadku ponownie jest przeprowadzana faza konfiguracji.



Karty kontrolne dla cech ciągłych

Dla *mierzalnych* cech monitorowanego procesu (cech ocenianych liczbowo wartościami ciągłymi) których rozkład *jest zgodny z rozkładem normalnym* stosowane są karty:

karta \bar{X} – karta wartości średniej,

karta Me – karta mediany,

karta R – karta rozstępu,

karta S – karta odchylenia standardowego.

(zalecane są próbki o liczebności 5, na karcie powinno być umieszczonych co najmniej 16 – 20 próbek)

Karty kontrolne grupowane są w taki sposób aby umożliwić analizę:

- *poziomu wycentrowania procesu* (poziom ten powinien odpowiadać założonej wartości docelowej),
- *wielkości rozrzutu procesu* (monitorowana cecha nie powinna wykraczać poza założone granice specyfikacji).

Karty kontrolne dla cech ciągłych

Wybór konkretnych kart kontrolnych zależy od liczebności próbki n . Przyjmuje się, że:

- jeśli $1 < n < 10$ to do analizy wykorzystywana jest karta $\bar{X} - R$,
- jeśli $n > 9$ to wykorzystywana jest karta $\bar{X} - S$
(niektórzy używają karty dla próbek od $n \geq 5$),
- $n = 3, 5, 7$ to wykorzystywana jest karta $Me - R$.

Praktyka wskazuje, że stosowanie kart kontrolnych daje dobre rezultaty **niezależnie** od postaci **rozkładu** monitorowanej cechy procesu.

Odporność karty \bar{X} na **rozkład** monitorowanej zmiennej tłumaczy *centralne twierdzenie graniczne* (rozkład średniej z tej próby, niezależnie od typu rozkładu, upodabnia się do normalnego).

Każdy punkt karty \bar{X} odpowiada średniej z próbki:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

gdzie: x_i – i -ty pomiar próbki, n – liczebność próbki.

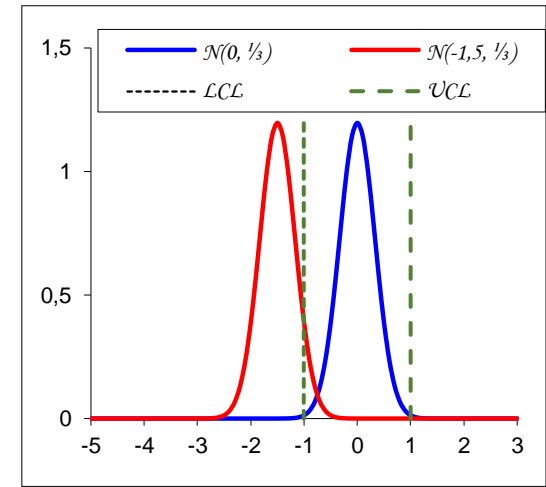
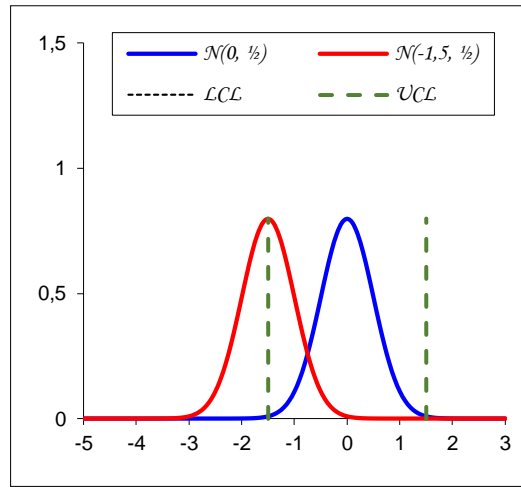
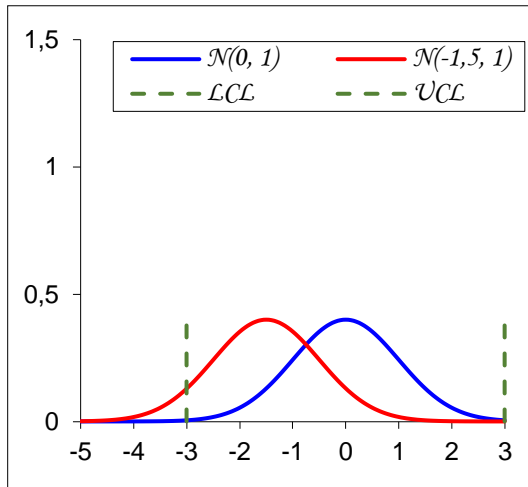
Zakładając, że wyniki pomiarów w próbce mają jednakowy rozkład o wartości oczekiwanej równej μ i odchyleniu standardowym σ i wiedząc, że rozkład średniej dla $n \rightarrow \infty$ jest zbieżny do $\mathcal{N}(\mu, \sigma/\sqrt{n})$, przyjmuje się więc, że odchylenie standardowe danych prezentowanych na wykresie jest równe:

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n}.$$

Przedział zmienności zmiennej reprezentującej pojedynczy punkt karty \bar{X} jest więc zależny od liczebności próbki:

- dla $n = 1$: $\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \sigma$,
- dla $n = 4$: $\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \sigma/2$,
- dla $n = 9$: $\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \sigma/3$.

Karta \bar{X} – wrażliwość na przesunięcie średniej



Pewien idealny proces ma rozkład $\mathcal{N}(0, 1)$, proces ten został przesunięty i ma rozkład $\mathcal{N}(-1,5, 1)$. Wykresy a)-c) zestawiają rozkład obydwu procesów (*niebieska krzywa* reprezentuje rozkład idealnego procesu, *czzerwona* reprezentuje rozkład procesu przesuniętego) w sytuacji gdy są one przedstawiane na karcie \bar{X} dla n : a) $n = 1$, b) $n = 4$, c) $n = 9$.

Linie przerywane pokazują linie kontrolne – proces idealny mieści się w założonych granicach kontrolnych, proces rozregulowany w zależności od liczebności próbek:

- a) w większości mieści się granicach kontrolnych (przesunięcie procesu jest trudne do wykrycia),
- b) w połowie mieści się w granicach kontrolnych,
- c) właściwie prawie nie zawiera się w granicach kontrolnych (przesunięcie jest bardzo łatwe do wykrycia).

W ogólnym modelu karty kontrolnej Shewhart linie kontrolne i linia centralna wyznaczane są w oparciu o średnią przedstawianą na wykresie wartości $\hat{\mu}$ i jej odchylenie standardowe $\hat{\sigma}$. W przypadku karty \bar{X} średnia wyników jest średnią ze średnich z próbek:

$$\hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i$$

gdzie: \bar{x}_i – wartość średnia cechy w i -tej próbce, k – liczba próbek.

Do wyznaczenia odchylenia standardowego średnich (n – rozmiar próbki):

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \sigma / \sqrt{n},$$

konieczne jest szacowanie odchylenia standardowego wyników w próbkach σ , odchylenie to jest przybliżane jako:

$$\sigma = \bar{s} / c_4,$$

gdzie: \bar{s} – wartość średnia z odchyłeń standardowych w próbkach, $\bar{s} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k s_i$, s_i – odchylenie standardowe cechy w i -tej próbce, c_4 – współczynnik statystyczny zależny od rozmiaru próbki, $c_4(n)$, zwykle tablicowany (patrz: *tablica 1*) ale może być

również wyznaczany* z zależności: $c_4(n) = \sqrt{\frac{2}{n-1} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma((n-1)/2)}}$. $\Gamma()$ – rozkład Gamma.

Karta \bar{X} – wyznaczenie współczynnika c_4

Wariancja populacji może być estymowana na podstawie próby na podstawie wzoru (n – rozmiar próby):

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2. \quad (1)$$

Estymator (1) jest **estymatorem nieobciążonym*** *wariancji* populacji.

Do szacowania *odchylenia standardowego* wykorzystywany jest estymator:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}. \quad (2)$$

Estymator (2) jest **asymptotycznie nieobciążonym** estymatorem odchylenia standardowego** populacji. Dla **małych prób** konieczna jest **korekta** estymatora, korekta ta wykorzystywana jest głównie w zastosowaniach SPC. Wielkość korekty opisuje współczynnik $c_4(n)$, współczynnik ten dąży do 1 przy wzroście liczebności próby.

* Przy wielokrotnym losowaniu elementów próby i uśrednianiu wartości *estymatora nieobciążonego* otrzymywana jest dokładna wartość szacowanego parametru.

** Przy rosnącej liczebności próby wartość *estymatora asymptotycznie nieobciążonego* dąży do dokładnej wartości szacowanego parametru.

Karta \bar{X} – wyznaczenie współczynnika c_4

Jeśli wyniki pomiarów x_i mają rozkład normalny $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ to statystyka: $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ ma rozkład χ_{n-1}^2 . Uśrednioną wartość estymatora wyznacza się licząc jego wartość oczekiwaną:

$$\begin{aligned} E(s) &= E\left(\sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1} \frac{s^2(n-1)}{\sigma^2}}\right) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}} E\left(\sqrt{\frac{s^2(n-1)}{\sigma^2}}\right) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}} \int_0^\infty \sqrt{x} \frac{(1/2)^{(n-1)/2}}{\Gamma((n-1)/2)} x^{(n-1)/2-1} e^{-x/2} dx = \\ &= \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}} \frac{(1/2)^{(n-1)/2}}{\Gamma((n-1)/2)} \frac{\Gamma(n/2)}{(1/2)^{n/2}} \int_0^\infty \underbrace{\frac{(1/2)^{n/2}}{\Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2} dx}_{\chi_n^2} = \\ &= \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}} \frac{(1/2)^{(n-1)/2}}{\Gamma((n-1)/2)} \frac{\Gamma(n/2)}{(1/2)^{n/2}} \underbrace{\hspace{10em}}_{=1} \\ &= \sigma \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma((n-1)/2)} = \sigma c_4 \end{aligned}$$

$$E(s) = \sigma c_4 \quad \rightarrow \quad s = \sigma c_4$$

Funkcja gęstości rozkładu χ^2 o k stopniach swobody opisana jest zależnością:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(1/2)^{k/2}}{\Gamma(k/2)} x^{k/2-1} e^{-x/2}, & \text{dla } x > 0, \\ 0, & \text{dla } x \leq 0. \end{cases}$$

Uwzględniając wyprowadzony wcześniej estymator odchylenia standardowego średnich:

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\bar{s}}{c_4\sqrt{n}}.$$

Zgodnie z ogólnym modelem karty kontrolnej:

$$LCL = \hat{\mu}_{\bar{X}} - L\hat{\sigma}_{\bar{X}},$$

$$CL = \hat{\mu}_{\bar{X}},$$

$$UCL = \hat{\mu}_{\bar{X}} + L\hat{\sigma}_{\bar{X}},$$

parametry karty \bar{X} wyznacza się z zależności:

$$LCL = \bar{\bar{x}} - 3\frac{\bar{s}}{c_4\sqrt{n}},$$

$$CL = \bar{\bar{x}},$$

$$UCL = \bar{\bar{x}} + 3\frac{\bar{s}}{c_4\sqrt{n}},$$

lub stosując podstawienie $A_3 = 3/(c_4\sqrt{n})$:

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s},$$

$$CL = \bar{\bar{x}},$$

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s},$$

gdzie: wartości funkcji $c_4(n)$ i $A_3(n)$ są stabilizowane (patrz tablica 1).

W ogólnym modelu karty kontrolnej Shewhart linie kontrolne i linia centralna wyznaczone są w oparciu o średnią przedstawianej na wykresie wartości $\hat{\mu}$ i jej odchylenie standardowe $\hat{\sigma}$. W przypadku karty S średnia wyników jest średnią z odchyłeń standardowych w próbkach:

$$\hat{\mu}_S = \bar{s} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k s_i,$$

gdzie: s_i – wartość odchylenia standardowego w i -tej próbce, k – liczba próbek.

Do wyznaczenia odchylenia standardowego odchyłeń standardowych wykorzystywany jest estymator:

$$\hat{\sigma}_S = \sigma \sqrt{1 - c_4^2}.$$

Wariancja s może być wyznaczona z ogólnego wzoru dla wariancji: $D^2(s) = E(s^2) - (E(s))^2$.

Ponieważ estymator $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$ jest nieobciążonym estymatorem wariancji to: $E(s^2) = \sigma^2$.

Wcześniej pokazano, że: $E(s) = \sigma c_4$, więc: $D^2(s) = \sigma^2 - \sigma^2 c_4^2 = \sigma^2(1 - c_4^2)$ i ostatecznie:

$$D(s) = \sigma \sqrt{1 - c_4^2} \quad \rightarrow \quad \sigma_s = \sigma \sqrt{1 - c_4^2}$$

Uwzględniając wyprowadzony wcześniej estymator odchylenia standardowego odchyłek standardowych:

$$\hat{\sigma}_S = \sigma \sqrt{1 - c_4^2} = \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}.$$

Zgodnie z ogólnym modelem karty kontrolnej:

$$LCL = \hat{\mu}_S - L\hat{\sigma}_S,$$

$$CL = \hat{\mu}_S,$$

$$UCL = \hat{\mu}_S + L\hat{\sigma}_S,$$

parametry karty S wyznacza się z zależności:

$$LCL = \bar{s} - 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2},$$

$$CL = \bar{s},$$

$$UCL = \bar{s} + 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2},$$

lub stosując podstawienia: $B_3 = 1 - \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$, $B_4 = 1 + \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$

$$LCL = B_3 \bar{s},$$

$$CL = \bar{s},$$

$$UCL = B_4 \bar{s},$$

gdzie: wartości funkcji $c_4(n)$, $B_3(n)$ i $B_4(n)$ są stabilizowane (patrz tablica 1).

Przy konstrukcji karty wykorzystywana jest statystyka reprezentująca względny rozstęp:

$$W = \frac{R}{\sigma},$$

gdzie: R – rozstęp, σ – odchylenie standardowe.

Zostało pokazane*, że wartość oczekiwana i wariancja zmiennej W wynoszą:

$$E(W) = d_2, \quad D^2(W) = d_3^2.$$

Odchylenie standardowe σ można więc szacować w oparciu o rozstęp :

$$d_2 = \frac{R}{\sigma} \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{R}{d_2}$$

a odchylenie standardowe rozstępu σ_R można wyznaczyć korzystając z odchylenia standardowego zmiennej W :

$$D(W) = d_3 \quad \rightarrow \quad D(R) = D(W)\sigma \quad \rightarrow \quad D(R) = d_3\sigma \quad \rightarrow \quad \sigma_R = d_3\sigma \quad \rightarrow \quad \sigma_R = d_3 \frac{R}{d_2}$$

*Tippett L.H.C., *On the Extreme Individuals and the Range of Samples from a Normal Population*, 1925

$$d_2(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - (1 - \Phi(x))^n - \Phi^n(x)) dx,$$

$$d_3(n) = \sqrt{2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^y f(x, y) dx dy - d_2^2}, \quad f(x, y) = 1 - \Phi^n(y) - (1 - \Phi(x))^n + (\Phi(y) - \Phi(x))^n.$$

Linia centralna na karcie \bar{X} wyznaczana jest w taki sam sposób jak na karcie $\bar{X} - S$:

$$\hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i.$$

Linie kontrolne wyznaczane są na podstawie odchylenie standardowego średnich $\hat{\sigma}_{\bar{X}}$ z przybliżeniem odchylenie standardowe σ w oparciu o rozstęp, tzn.:

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n} \quad \text{i} \quad \sigma = \bar{R}/d_2 \quad \text{czyli:} \quad \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{R}/(d_2\sqrt{n}).$$

Zgodnie z ogólnym modelem karty kontrolnej: $LCL = \hat{\mu}_{\bar{X}} - L\hat{\sigma}_{\bar{X}}$, $UCL = \hat{\mu}_{\bar{X}} + L\hat{\sigma}_{\bar{X}}$, $CL = \hat{\mu}_{\bar{X}}$, parametry karty \bar{X} wyznacza się z zależności:

$$LCL = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}},$$

$$CL = \bar{\bar{x}},$$

$$UCL = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}},$$

lub stosując podstawienie $A_2 = 3/(d_2\sqrt{n})$:

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R},$$

$$CL = \bar{\bar{x}},$$

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R},$$

gdzie: wartości funkcji $d_2(n)$ i $A_2(n)$ są tablicowane (patrz tablica 1).

Uwzględniając wyprowadzony wcześniej estymator odchylenia standardowego średnich:

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\bar{s}}{c_4\sqrt{n}}.$$

Zgodnie z ogólnym modelem karty kontrolnej:

$$LCL = \hat{\mu}_{\bar{X}} - L\hat{\sigma}_{\bar{X}},$$

$$CL = \hat{\mu}_{\bar{X}},$$

$$UCL = \hat{\mu}_{\bar{X}} + L\hat{\sigma}_{\bar{X}},$$

parametry karty \bar{X} wyznacza się z zależności:

$$LCL = \bar{\bar{x}} - 3\frac{\bar{s}}{c_4\sqrt{n}},$$

$$CL = \bar{\bar{x}},$$

$$UCL = \bar{\bar{x}} + 3\frac{\bar{s}}{c_4\sqrt{n}},$$

lub stosując podstawienie $A_3 = 3/(c_4\sqrt{n})$:

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s},$$

$$CL = \bar{\bar{x}},$$

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s},$$

gdzie: wartości funkcji $c_4(n)$ i $A_3(n)$ są tablicowane (patrz tablica 1).

Linia centralna na karcie R jest średnią z rozstępów w próbkach:

$$\hat{\mu}_R = \bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i.$$

Linie kontrolne wyznacza się uwzględniając wyprowadzony wcześniej estymator odchylenia standardowego rozstępu: $\hat{\sigma}_R = d_3 \bar{R}/d_2$. Zgodnie z ogólnym modelem karty kontrolnej:

$$LCL = \hat{\mu}_R - 3\hat{\sigma}_R,$$

$$CL = \hat{\mu}_R,$$

$$UCL = \hat{\mu}_R + 3\hat{\sigma}_R,$$

parametry karty R wyznacza się z zależności:

$$LCL = \bar{R} - 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2},$$

$$CL = \bar{R},$$

$$UCL = \bar{R} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2},$$

lub stosując podstawienia: $D_3 = 1 - 3d_3/d_2$ i $D_4 = 1 + 3d_3/d_2$:

$$LCL = D_3 \bar{R},$$

$$CL = \bar{R},$$

$$UCL = D_4 \bar{R},$$

gdzie: wartości funkcji $d_2(n)$, $d_3(n)$, $D_3(n)$ i $D_4(n)$ są stabilizowane (patrz tablica 1).

Tablica 1 – współczynniki do wyznaczania linii kontrolnych

n	d_2	d_3	c_4	A_2	D_3	D_4	A_3	B_3	B_4
2	1,128	0,8525	0,7979	1,88	0	3,267	2,659	0	3,267
3	1,693	0,8884	0,8862	1,023	0	2,574	1,954	0	2,568
4	2,059	0,8798	0,9213	0,729	0	2,282	1,628	0	2,266
5	2,326	0,8798	0,94	0,577	0	2,114	1,427	0	2,089
6	2,534	0,848	0,9515	0,483	0	2,004	1,287	0,03	1,97
7	2,704	0,8332	0,9594	0,419	0,076	1,924	1,182	0,118	1,882
8	2,847	0,8198	0,965	0,373	0,136	1,864	1,099	0,185	1,815
9	2,97	0,8078	0,9693	0,337	0,184	1,816	1,032	0,239	1,761
10	3,078	0,7971	0,9727	0,308	0,223	1,777	0,975	0,284	1,716
11	3,173	0,7873	0,9754	0,285	0,256	1,744	0,927	0,321	1,679
12	3,258	0,7785	0,9776	0,266	0,283	1,717	0,886	0,354	1,646
13	3,336	0,7704	0,9794	0,249	0,307	1,693	0,85	0,382	1,618
14	3,407	0,763	0,981	0,235	0,328	1,672	0,817	0,406	1,594
15	3,472	0,7562	0,9823	0,223	0,347	1,653	0,789	0,428	1,572
16	3,532	0,7499	0,9835	0,212	0,363	1,637	0,763	0,448	1,552
17	3,588	0,7441	0,9845	0,203	0,378	1,662	0,739	0,466	1,534
18	3,64	0,7386	0,9854	0,194	0,391	1,607	0,718	0,482	1,518
19	3,689	0,7335	0,9862	0,187	0,403	1,597	0,698	0,497	1,503
20	3,735	0,7287	0,9869	0,18	0,415	1,585	0,68	0,51	1,49
21	3,778	0,7272	0,9876	0,173	0,425	1,575	0,663	0,523	1,477
22	3,819	0,7199	0,9882	0,167	0,434	1,566	0,647	0,534	1,466
23	3,858	0,1759	0,9887	0,162	0,443	1,557	0,633	0,545	1,455
24	3,895	0,7121	0,9892	0,157	0,451	1,548	0,619	0,555	1,445
25	3,931	0,7084	0,9896	0,153	0,459	1,541	0,606	0,565	1,435

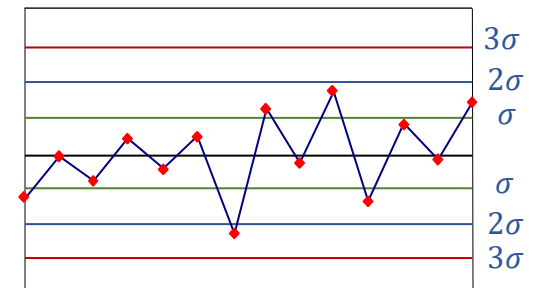
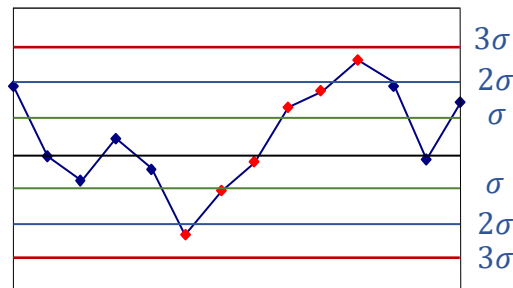
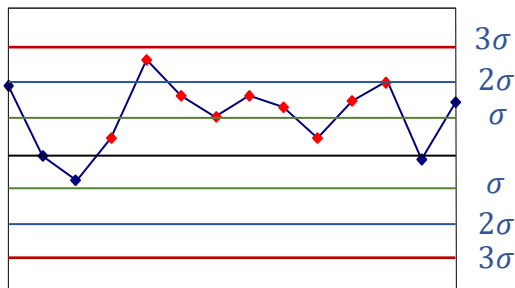
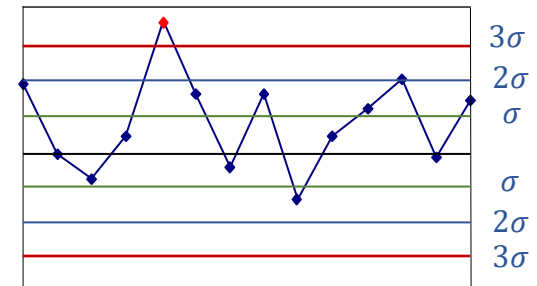
Karty kontrolne – rozregulowanie procesu

Reguły Nelsona

O wpływie nielosowych czynników na proces świadczą pewne układy punktów karty. Wyodrębnione zostały 4 podstawowe i 4 dodatkowe testy przeprowadzane w celu badania statystycznej stabilności procesu. Testy te zostały opublikowane przez L.S.Nelsona w 1984). Przy założeniu *normalności rozkładu*, prawdopodobieństwo wystąpienia każdej z testowanych sytuacji jest niższe od 0,005.

Reguły podstawowe:

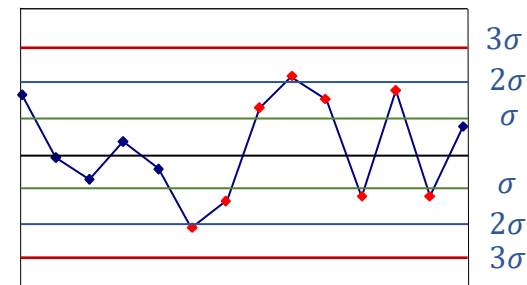
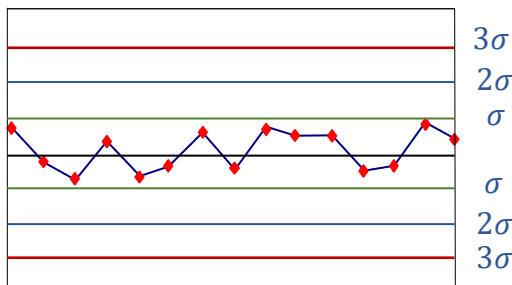
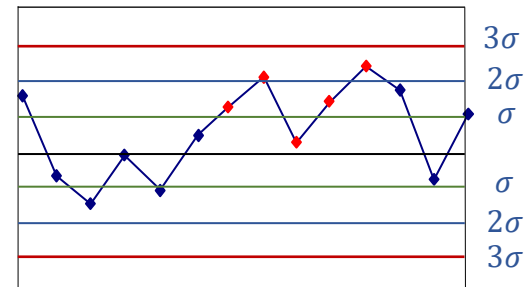
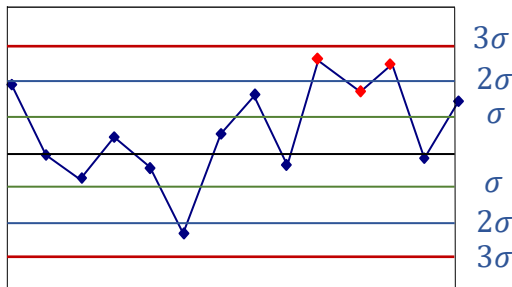
- 1 punkt poza granicą kontrolną,
- 9 kolejnych punktów nad albo pod linią centralną,
- 6 kolejnych punktów stale rosnących lub malejących,
- 14 kolejnych punktów przemiennie rosnących lub malejących (przekroczenie linii centralnej jest niekonieczne)



Karty kontrolne – rozregulowanie procesu

Reguły dodatkowe:

- 2 z kolejnych 3 punktów w odległości przekraczającej 2σ od średniej (w tym samym kierunku),
- 4 z kolejnych 5 punktów w odległości przekraczającej σ od średniej (w tym samym kierunku),
- 15 kolejnych punktów w odległości nie przekraczającej σ po obu stronach średniej,
- 8 kolejnych punktów w odległości przekraczającej σ po obu stronach średniej (żaden z nich w odległości mniejszej od σ).



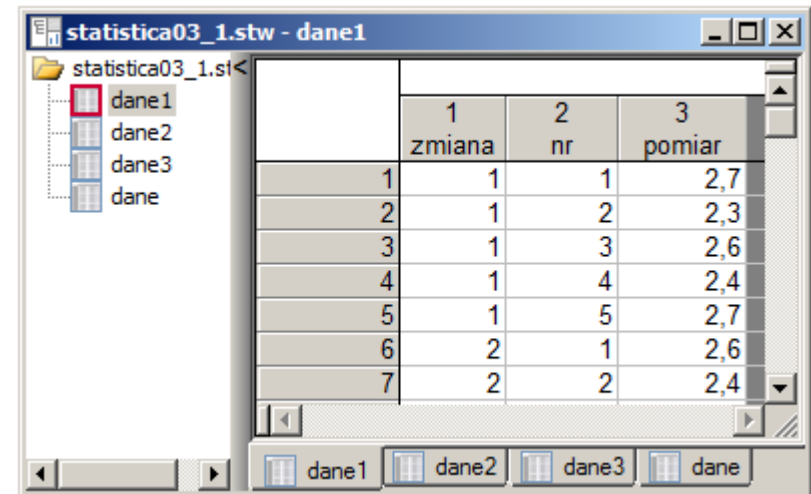
STATISTICA – karta $\bar{X} - R$

Na arkuszu *dane1* zestawione zostały wyniki pomiarów grubości powłoki ochronnej nanoszonej w trakcie produkcji lodówek*. Na 20 kolejnych zmianach wykonano pomiar grubości powłoki dla 5 losowo wybranych lodówek. Wykonaj analizę procesu z wykorzystaniem karty $\bar{X} - R$. Wykorzystując kolejne wyniki pomiarów zapisane w arkuszach *dane2* i *dane3* sprawdź dalszy przebieg procesu.

dane1					
	grubość				
zmiana	1	2	3	4	5
1	2,7	2,3	2,6	2,4	2,7
2	2,6	2,4	2,6	2,3	2,8
3	2,3	2,3	2,4	2,5	2,4
4	2,8	2,3	2,4	2,6	2,7
5	2,6	2,5	2,6	2	2,9
6	2,2	2,3	2,7	2,2	2,6
7	2,2	2,6	2,4	2	2,3
8	2,8	2,6	2,6	2,7	2,5
9	2,4	2,8	2,4	2,2	2,3

Dane pomiarowe zapisano w taki sposób aby pojedynczy pomiar był zapisany w jednym wierszu arkusza danych. Arkusz z danymi zawiera 3 kolumny:

- w kolumnie **zmiana** zapisane zostały numery zmian w których wykonywane były pomiary,
- kolumna **nr** zawiera kolejny numer pomiaru w obrębie zmiany,
- właściwy wynik pomiaru grubości znajduje się w kolumnie **pomiar**.



The screenshot shows a window titled 'statistica03_1.stw - dane1'. On the left, a tree view shows a folder 'statistica03_1.stw' containing files 'dane1', 'dane2', 'dane3', and 'dane'. The main area displays a data table with the following content:

	1	2	3
	zmiana	nr	pomiar
1	1	1	2,7
2	1	2	2,3
3	1	3	2,6
4	1	4	2,4
5	1	5	2,7
6	2	1	2,6
7	2	2	2,4

STATISTICA – karta $\bar{X} - R$

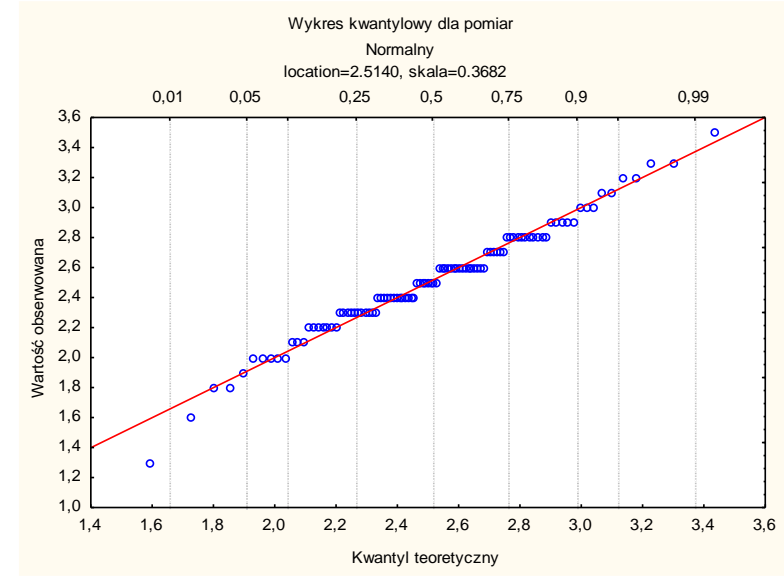
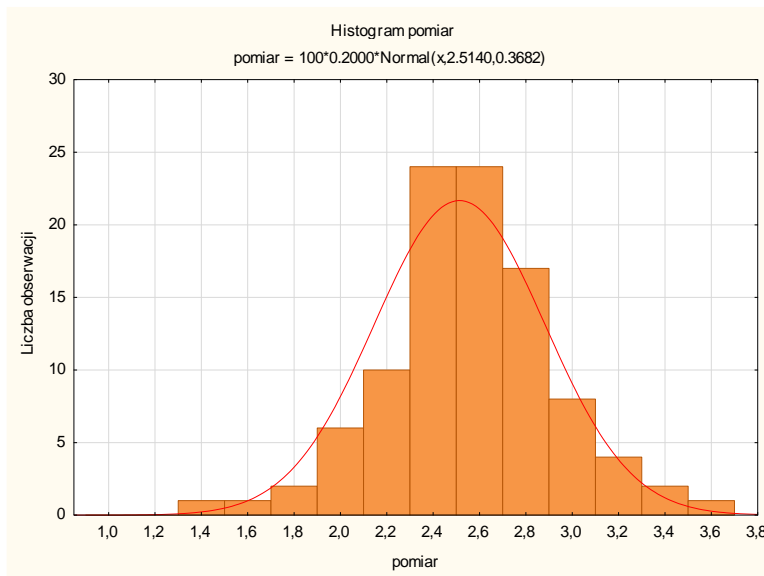
Przed wykonaniem karty przeprowadzony został test zgodności χ^2 sprawdzający spełnienie założenia o normalności rozkładu danych. Graniczny poziom istotności (równy 0,18293) nie pozwala na odrzucenie hipotezy o zgodności rozkładu danych z rozkładem normalnym.

statistica03_1.stw - Zmienna: pomiar, Rozkład: Normalny (dane1 w statistica03_1...

Zmienna: pomiar, Rozkład: Normalny (dane1 w statistica03_1.stw)
Chi-kwadrat = 10,10089, df = 7 (dopasow.), p = 0,18293

Górna Granica	Obserw. Licznosc	Skumulow. Obserw.	Procent Obserw.	Skumul. % Obserw.	Oczekiwana Licznosc	Skumulow. Oczekiwana
<= 2,0	10	10	10,00000	10,0000	8,13512	8,13512
2,1	3	13	3,00000	13,0000	4,90626	13,04138
2,2	7	20	7,00000	20,0000	6,61619	19,65757

Zmienna: pomiar, Rozkład: Normalny (dane1 w statistica03_1.stw)



STATISTICA – karta \bar{X} – R

The screenshot displays the Statistica software interface. The main menu bar includes 'Plik', 'Podstawowe', 'Edycja', 'Widok', 'Wstaw', 'Format', 'Statystyka', 'Data Mining', 'Wykresy', and 'Skoroszyt'. The 'Statystyka' menu is open, showing options like 'Modele zaawansowane', 'Sieci neuronowe', 'Karty kontrolne', 'Analiza procesu', 'Wielowymiarowe', 'PLS, PCA, ...', and 'Analiza mocy testu'. The 'Karty kontrolne' option is circled in red.

Three dialog boxes are open, all titled 'Karty kontrolne: dane1 w statistica03_1.stw'. The top dialog shows the 'Podstawowe' tab with 'Standardowy tryb pracy' selected. The middle dialog shows the 'Liczbowe' tab with 'Automatyczna aktualizacja' selected. The bottom dialog shows the 'Liczbowe' tab with a list of chart options, including 'Karty \bar{X} -średnie i R (ocena liczbowa)'. The 'Automatycznie wyświetlaj domyślną kartę kontrolną' checkbox is checked.

Other visible elements include the 'Otwórz dane' button and 'SELECT CASES' and 'W' buttons at the bottom of the dialog boxes.

STATISTICA – karta \bar{X} – R

*definiowanie zmiennych: 1 sposób
(2 zmienne)*

Definiowanie zmiennych dla kart X-średnie i R: dane1 w statistica03_1

Podstawowe | Zbiory | Etykiety, przyczyny, działania

Dane są surowe (średnie itp. będą z nich obliczane) Dane są zagregowane (zawierają średnie itp.)

Zmienne

Pomiary (obserwacje): brak

Identyfikatory próbek (kody): brak

Identyfikatory części (kody): brak

Stała liczność próbek: 3

Stała liczba próbek na część

Minimalna liczba pomiarów

Anuluj

Opcje

Czytanie danych surowych. Program oczekuje serii wyników pomiarów.

Wybierz zmiennę z pomiarami, identyfikatorami próbek i części

1 - zmiana	1 - zmiana	1 - zmiana
2 - nr	2 - nr	2 - nr
3 - pomiar	3 - pomiar	3 - pomiar

Anuluj

[Zestawy]...

Rozwiń Przybliż Rozwiń Przybliż Rozwiń

Pomiary: 3 Identyf. próbek (opcja): 1 Identyf. cz.

Pokaż tylko zmienne o odpowiedniej skali

Definiowanie zmiennych dla kart X-średnie i R: dane1 w statistica03_1

Podstawowe | Zbiory | Etykiety, przyczyny, działania

Dane są surowe (średnie itp. będą z nich obliczane) Dane są zagregowane (zawierają średnie itp.)

Zmienne

Pomiary (obserwacje): pomiar

Identyfikatory próbek (kody): zmiana

Identyfikatory części (kody): brak

Stała liczność próbek: 5

Stała liczba próbek na część: 2

Minimalna liczba pomiarów na próbkę: 2

Anuluj

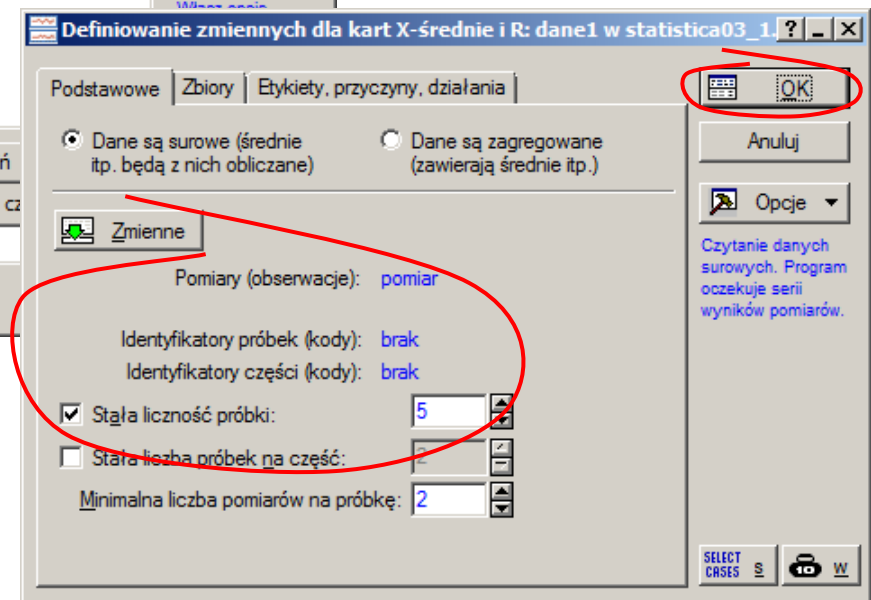
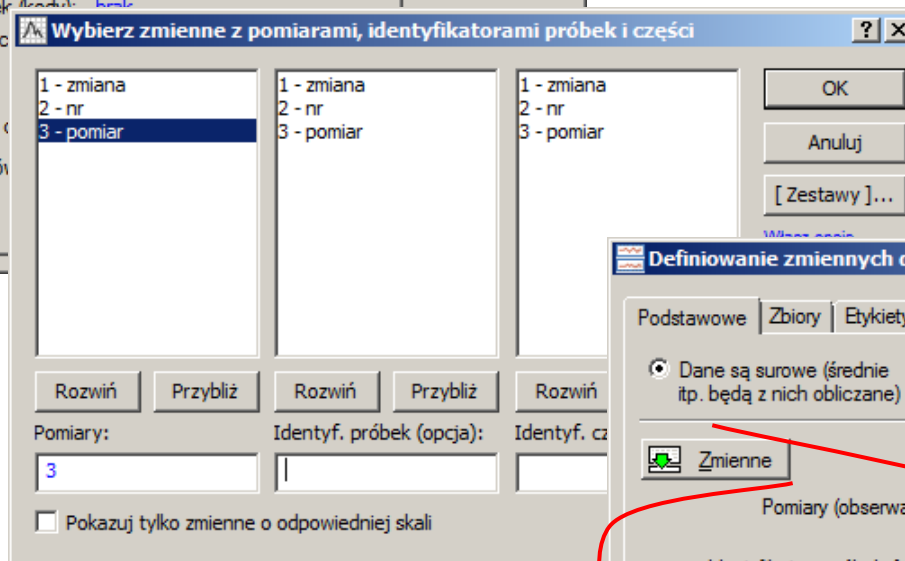
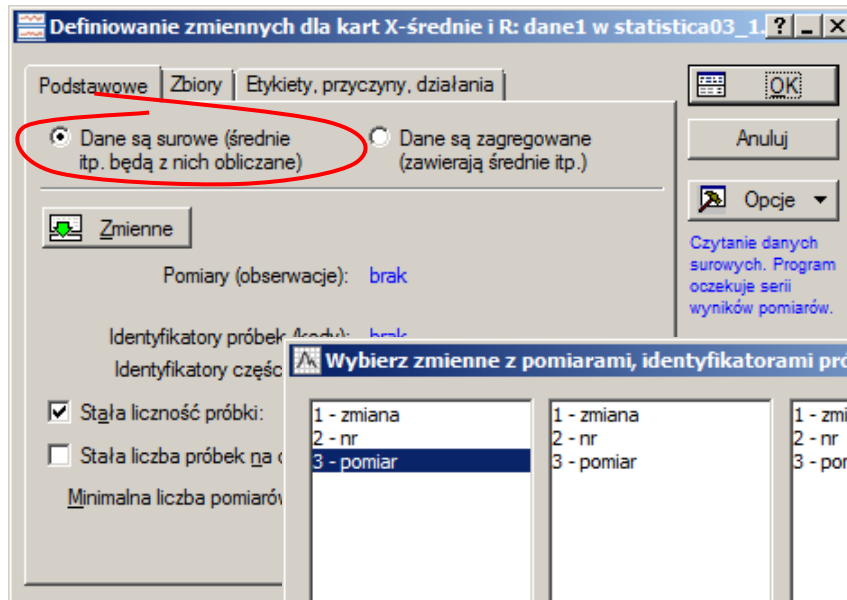
Opcje

Czytanie danych surowych. Program oczekuje serii wyników pomiarów.

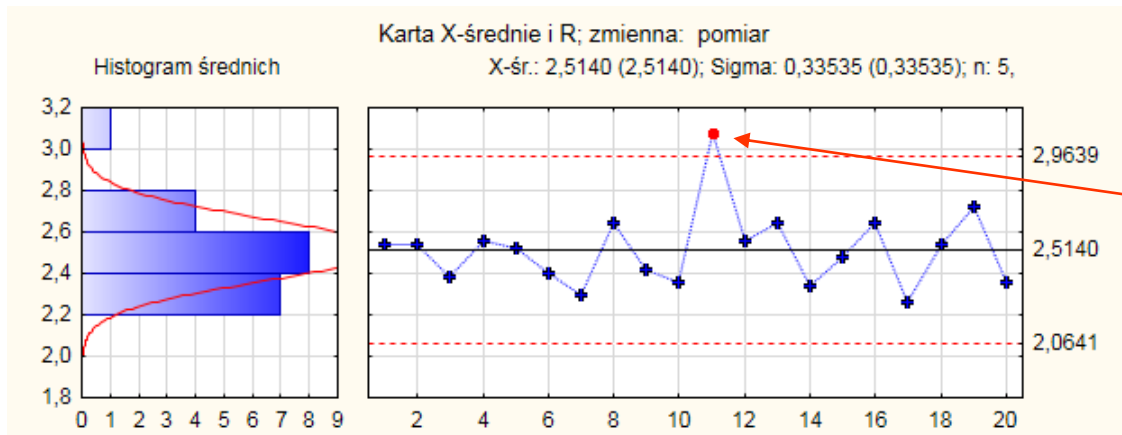
SELECT CASES S TO W

STATISTICA – karta \bar{X} – R

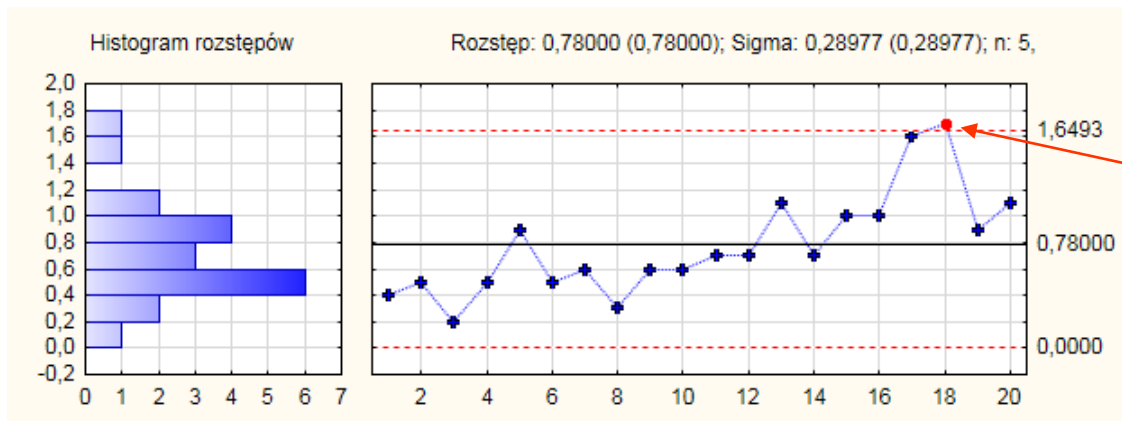
*definiowanie zmiennych: II sposób
(1 zmienna)*



STATISTICA – karta $\bar{X} - R$ (konfiguracja karty)



próbka 11. poza UCL na karcie \bar{X}



próbka 18. poza UCL na karcie R

Założmy, że przyczyny wystąpienia odstających próbek są nielosowe:

- duża wartość średniej pomiarów w próbce 11. wynika z *błędu operatora*,
- za nielosowy rozstęp pomiarów w 18. próbce odpowiada *uszkodzony miernik*.

STATISTICA – karta $\bar{X} - R$ (konfiguracja karty)

Karty | Specyf. X | Specyf. R/S
Zbiory | Eksploracja | Niegaus. | Raport

Zmienna: **miar**
Numer próbek: 11
Nazwa: 11

Uwzględnianie próbek
 Wybrane
Próbka << >> 8 9 10 11
M: 3,080000
R: 0,700000
N: 5
Sort. względem próbek

Próbkę wskazującą na rozregulowanie:
Poza liniami kontrolnymi, testy konfiguracji
 Zawsze wybieraj ostatnią

Uwzględnij Nie uwzględnij w oblicz.
 Nie uwzględnij na wykresach

Przyczyny Działania Koment.
 Pokaż stat. Raport Ogólne
 Pokaż Ukryj pojedyncze obserwacje

Próbka: 11
Zmienna: **miar**
Próbka: 11
Średnia: 3,0800 R: 0,70000 N: 5
Uwzgl. we wszystkich wynikach
Zbiór: Ogół próbek (domyślny)
L.cent. X: 2,5140 R: 0,78000
Sigma X: 0,33535 R: 0,28977
Próbka wskazuje na rozregulowanie
(Poza liniami kontrolnymi, Karta X-średnie)

Ustawienia przyczyn, działań i eksploracji: dane1 ...
Dodatkowe informacje (można je określić później)
 Zmienne zawierające przyczyny i działania
Przyczyny: brak Działania: brak

Anuluj
OK

Kody uwzględniania próbek (można je określić później)
 Zmienna z kodami: brak
Nie uwzględnij w obliczeniach: Nie uwzględnij na wykresach i w oblicz.:
Kody:
Kliknij podwójnie na polu edycyjnym aby wybrać z listy kodów

Zmienna z komentarzami (można ją określić później)
 Zmienna: brak

Dodaj zmienną: dane1 w statistica03_1.stw
Liczba nowych zmiennych: 1
Wstaw po zmiennej: **miar**
Nazwa zmiennych: **przyczyny**
OK Anuluj

Dodaj zmienną: dane1 w statistica03_1.stw
Liczba nowych zmiennych: 1
Wstaw po zmiennej: **przyczyny**
Nazwa zmiennych: **działania**
OK Anuluj

Dodaj zmienną: dane1 w statistica03_1.stw
Liczba nowych zmiennych: 1
Wstaw po zmiennej: **działania**
Nazwa zmiennych: **wylącz**
OK Anuluj

STATISTICA – karta $\bar{X} - R$ (konfiguracja karty)

Ustawienia przyczyn, działań i eksploracji: dane1 ...

Dodatkowe informacje (można je określić później)

Zmienne zawierające przyczyny i działania

Przyczyny: brak Działania: brak

Etykiety tekstowe Etykiety tekstowe

Kody uwzględniania próbek (można je określić później)

Zmienna z kodami: brak

Nie uwzględniaj w obliczeniach: Nie uwzględniaj na wykresach i w oblicz.:

Kody:

Wybierz zmienną z kodami uwzględniania

1 - zmiana
2 - nr
3 - pomiar
4 - przyczyny
5 - działania
6 - wyłącz

Włącz opcję "Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali" aby na listach, w zależności od potrzeby, pojawiały się tylko zmienne jakościowe albo ilościowe. Naciśnij F1 aby uzyskać więcej informacji.

Wybierz zmienną z kodami: 6

Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali

Wybierz zmienne z kodami dla przyczyn i działań

1 - zmiana
2 - nr
3 - pomiar
4 - przyczyny
5 - działania
6 - wyłącz

1 - zmiana
2 - nr
3 - pomiar
4 - przyczyny
5 - działania
6 - wyłącz

Włącz opcję "Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali" aby na listach, w zależności od potrzeby, pojawiały się tylko zmienne jakościowe albo ilościowe. Naciśnij F1 aby uzyskać więcej informacji.

Zmienna z kodami dla przyczyn: 4 Zmienna z kodami dla działań: 5

Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali

Ustawienia przyczyn, działań i eksploracji: dane1 ...

Dodatkowe informacje (można je określić później)

Zmienne zawierające przyczyny i działania

Przyczyny: 4 Działania: działania

Etykiety tekstowe Etykiety tekstowe

Kody uwzględniania próbek (można je określić później)

Zmienna z kodami: wyłącz

Nie uwzględniaj w obliczeniach: Nie uwzględniaj na wykresach i w oblicz.:

Kody: 1 2

Kliknij podwójnie na polu edycyjnym aby wybrać z listy kodów

Zmienna z komentarzami (można ją określić później)

Zmienna: brak Etykiety tekstowe

Dodaj zmienne do pliku danych

STATISTICA – karta $\bar{X} - R$ (konfiguracja karty)

Karty | Specyf. X | Specyf. R/S
Zbiory | Eksploracja | Niegaus. | Raport

Zmienna: pomiar
Numer próbek: 11
Nazwa: 11

Uwzględnianie próbek
 Wybrane
Próbka << >>
M: 3,080000
R: 0,700000
N: 5
Sort. względem próbek

Próbkę wskazujące na rozregulowanie:
Poza liniami kontrolnymi, testy konfiguracji
 Zawsze wybieraj ostatnią

Uwzględniaj Nie uwzględniaj w oblicz.
 Nie uwzględniaj na wykresach

Przyczyny | Działania | Koment.

Pokaż stat. | Raport | Ogólne
 Pokaż Ukryj pojedyncze obserwacje

Opcje... | Zapisz jako... | Anuluj
Eksploruj... | Aktualizuj
Zabezpiecz
Grupami

Dla próbki: 11
Przyczyna: 1 | OK (przypisz)
Określ nową przyczynę | Anuluj

Określ etykiety tekstowe dla przyczyn

1 | OK
Anuluj
Nowa
Zmień nazwę
Usuń
Wybierz wszystko

Określ etykiety tekstowe dla przyczyn

operator | OK
Anuluj
Nowa
Zmień nazwę
Usuń
Wybierz wszystko

Przypisywanie przyczyny: dane1 w s...
Dla próbki: 11
Przyczyna: operator | OK (przypisz)
Określ nową przyczynę | Anuluj

Przypisz przyczynę do karty:
 \bar{X} -śred., X, MA, C, P, Np
 R lub S (MR)
 Oby
 Żadnej (usuń)

Wybierz przyczynę/działanie spośród wcześniej zdefiniowanych lub zdefiniuj nową przyczynę/działanie

Ustawienia przyczyn, działań i komentarzy

STATISTICA – karta \bar{X} – R (konfiguracja karty)

Karty Specyf. X Specyf. R/S
Zbiory Eksploracja Niegaus. Raport

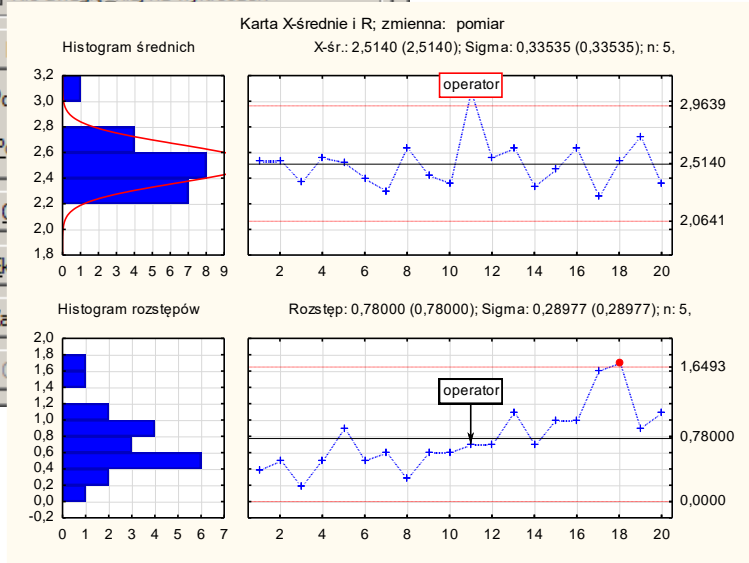
Zmienna: pomiar
Numer próbki: 11
Nazwa: 11

Uwzględnianie próbek
 Wybrane
Próbka << >>
M: 3,080000
R: 0,700000
N: 5
Sort. względem próbek

Próbkę wskazującą na rozregulowanie:
Poza liniami kontrolnymi, testy konfiguracji

Zawsze wybieraj ostatnią

Uwzględnij Nie uwzględnij w oblicz.
 Nie uwzględnij na wykresach



Karty Specyf. X Specyf. R/S
Zbiory Eksploracja Niegaus. Raport

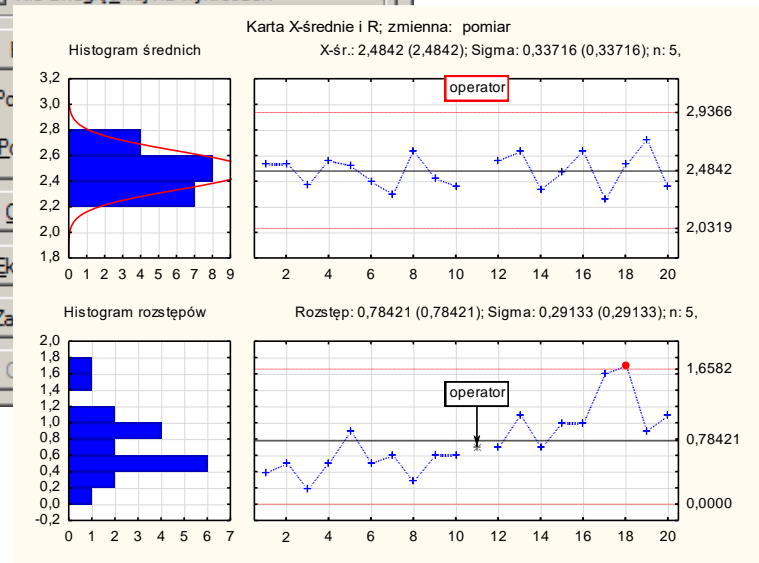
Zmienna: pomiar
Numer próbki: 11
Nazwa: 11

Uwzględnianie próbek
 Wybrane
Próbka << >>
M: 3,080000
R: 0,700000
N: 5
Sort. względem próbek

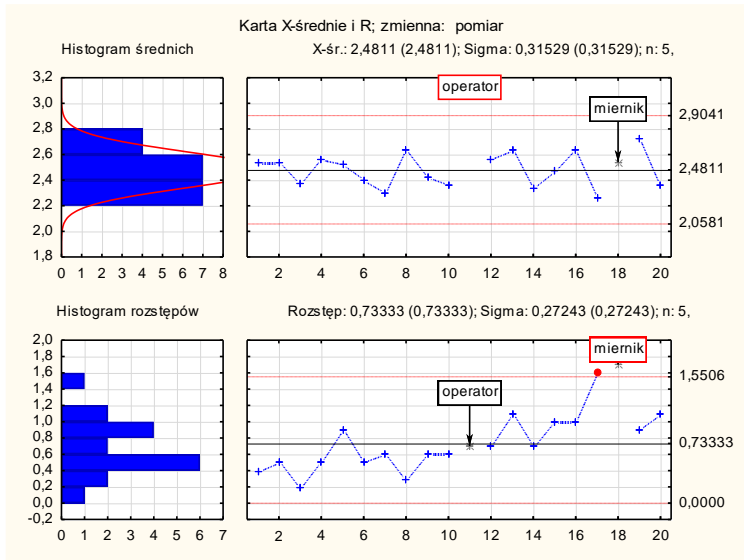
Próbkę wskazującą na rozregulowanie:
Poza liniami kontrolnymi, testy konfiguracji

Zawsze wybieraj ostatnią

Uwzględnij Nie uwzględnij w oblicz.
 Nie uwzględnij na wykresach

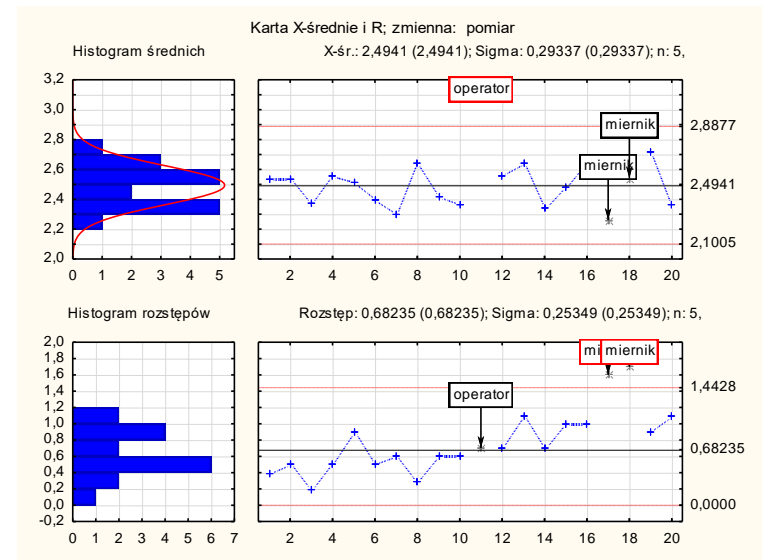


STATISTICA – karta \bar{X} – R – konfiguracja karty



Na zaktualizowanej karcie (po usunięciu nielosowych próbek 11. i 18.) próbka 17. znalazła się poza *UCL* na karcie *R*.

Przyjęto, że za nielosowy rozstęp pomiarów w tej próbce (podobnie jak w następnej) odpowiada *uszkodzony miernik*. W konsekwencji wyniki próbki 17. nie są wykorzystywane do konfiguracji karty.



STATISTICA – karta $\bar{X} - R$ (testy konfiguracji)

Xśr./R: pomiar: dane1 w statistica

Zbiory | Eksploracja | Niegaus. | Raport

Karty | Specyf. X | Specyf. R/S

Specyfikacje dla karty X

Zbiór << >> Ogól próbek (domyślny)

Linia centralna: Średnia procesu

Sigma: Obliczona

UCL: 3,0000 * S

LCL: -3,0000 * S

Linie ostrzegawcze: brak

Jeżeli różne n: Użyj oddzielnych granic

Otwórz specyf. | Zapisz specyf.

Linia średniej ruchomej: Nie Tak

Zdolność procesu **Testy konfigur.**

Opcje... | Zapisz jako... | Anuluj

Eksploruj... | Aktualizuj

Zabezpiecz

Grupami

Xśr./R: pomiar: dane1 w statistica

Zbiory | Eksploracja | Niegaus. | Raport

Karty | Specyf. X | Specyf. R/S

Specyfikacje dla karty R/S

Zbiór << >> Ogól próbek (domyślny)

Linia centralna: Średnia procesu

UCL: 3,0000 * S

LCL: -3,0000 * S

Linie ostrzegawcze: brak

Jeżeli różne n: Użyj oddzielnych granic

Otwórz specyf. | Zapisz specyf..

Zdolność procesu **Testy konfigur.**

Opcje... | Zapisz jako... | Anuluj

Eksploruj... | Aktualizuj

Zabezpiecz

Grupami

STATISTICA – karta $\bar{X} - R$ (testy konfiguracji)

Testy konfiguracji dla karty kontrolnej: dane1 w statisti... ? X

Strefy

C: Od środka do \pm 1.0 * sigma

B: Od strefy C do \pm 2.0 * sigma

A: Od strefy B do \pm 3.0 * sigma

OK (oblicz testy)

Ustaw i zamknij

Anuluj

Wszystkie testy (zaznacz wszystkie)

Liczba kolejnych punktów (próbek)

Po tej samej stronie linii centralnej (w strefie C lub dalej): 9

Trend wzrastający lub malejący: 6

Naprzemiennie w górę i w dół: 14

W strefie A lub dalej: 2 z 3

W strefie B lub dalej: 4 z 5

W strefie C (powyżej lub poniżej linii centralnej): 15

Poza strefą C (powyżej lub poniżej linii centralnej): 8

Wykonaj testy na pokrywających się zakresach

Wykonaj testy dla kart zmienności (R lub S)

Ustaw jako domyślne

Przywróć domyślne

Dane: pomiar ; Testy konfiguracji (dane1 w statistica03_1.stw)

poziom: Testy konfiguracji (dan
Karta \bar{X} -średnie
Linia centralna: 2,494118 Sigma:

Strefy A/B/C: 3,000/2,000/1,000 *Sigma

Testy konfiguracji	od próbki	do próbki
9 po tej samej stronie l. centralnej	OK	OK
6 w trendzie rosnącym/malejącym	OK	OK
14 naprzemiennie w górę i w dół	OK	OK
2 z 3 w strefie A lub dalej	OK	OK
4 z 5 w strefie B lub dalej	OK	OK
15 w strefie C	OK	OK
8 poza strefą C	OK	OK

Dane: pomiar ; Testy konfiguracji (dane1 w statistica03_1.stw)

poziom: Testy konfiguracji (dan
Karta R
Linia centralna: 0,682353 Sigma:

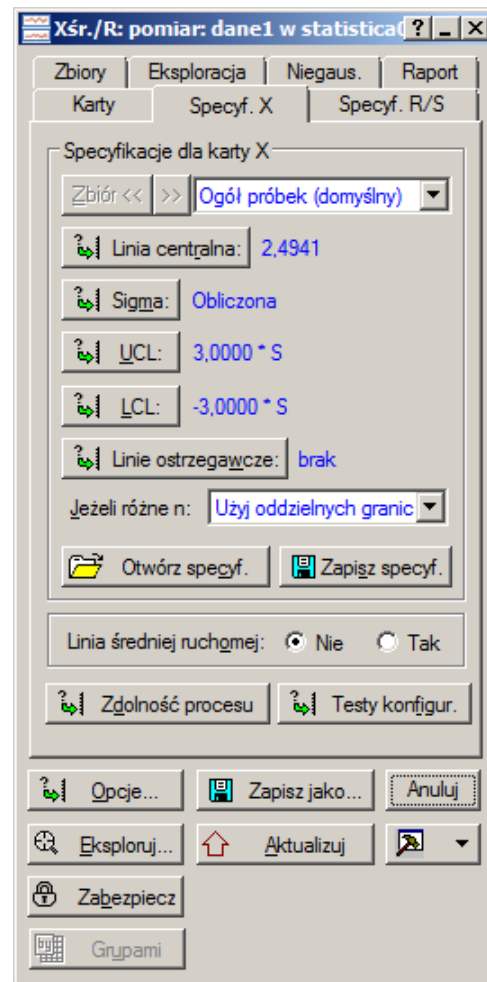
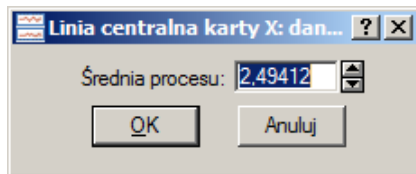
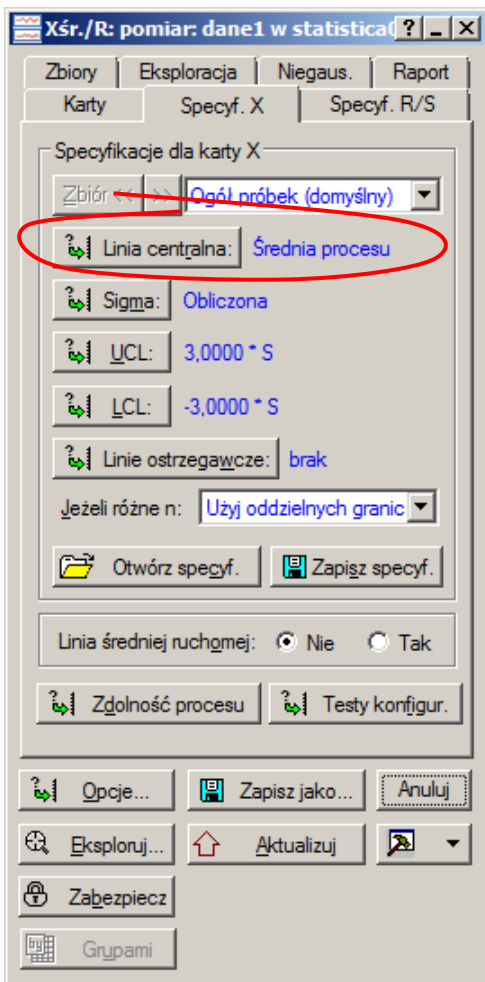
Strefy A/B/C: 3,000/2,000/1,000 *Sigma

Testy konfiguracji	od próbki	do próbki
9 po tej samej stronie l. centralnej	OK	OK
6 w trendzie rosnącym/malejącym	OK	OK
14 naprzemiennie w górę i w dół	OK	OK
2 z 3 w strefie A lub dalej	OK	OK
4 z 5 w strefie B lub dalej	OK	OK
15 w strefie C	OK	OK
8 poza strefą C	OK	OK

proces jest stabilny, można zapisać konfigurację karty

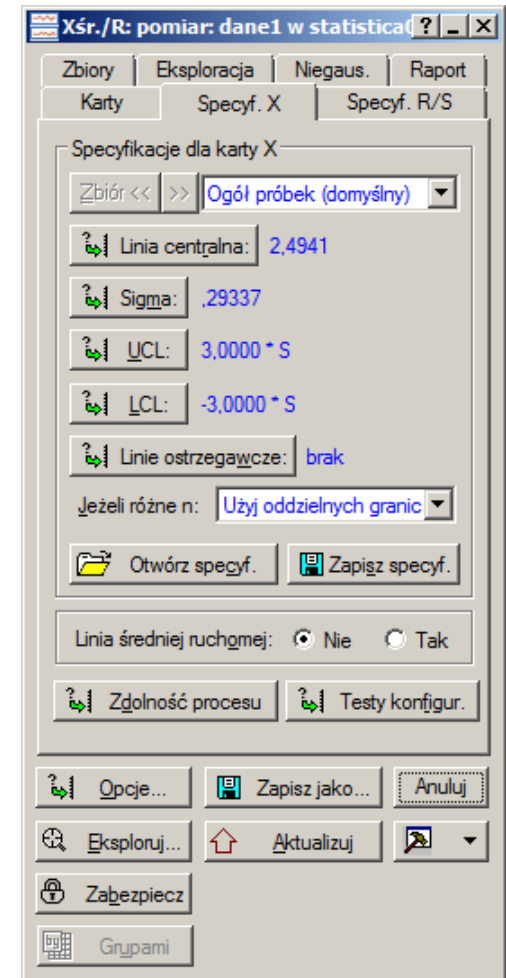
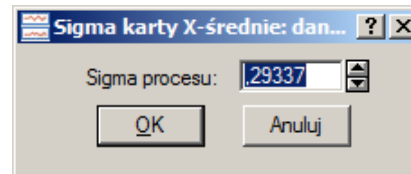
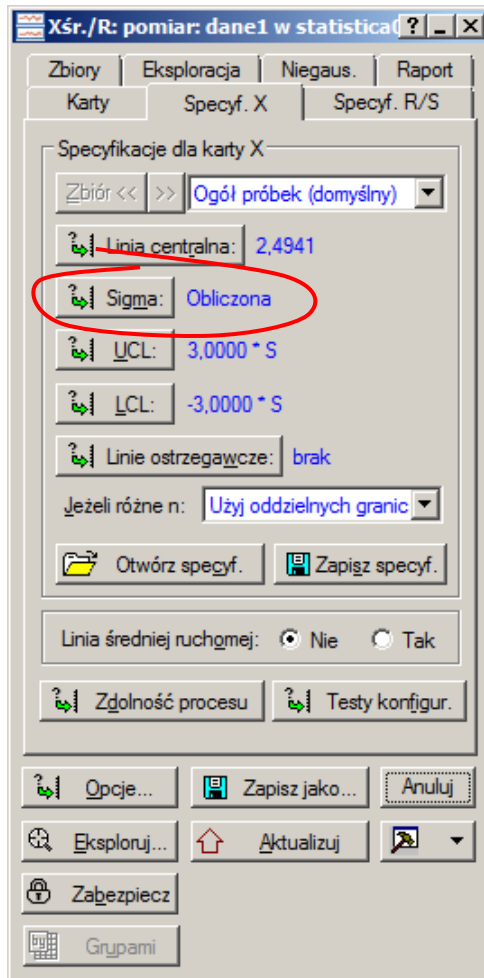
STATISTICA – karta $\bar{X} - R$ (konfiguracja karty – zapis)

modyfikacja specyfikacji z wartości wyznaczanych automatycznie na obliczone



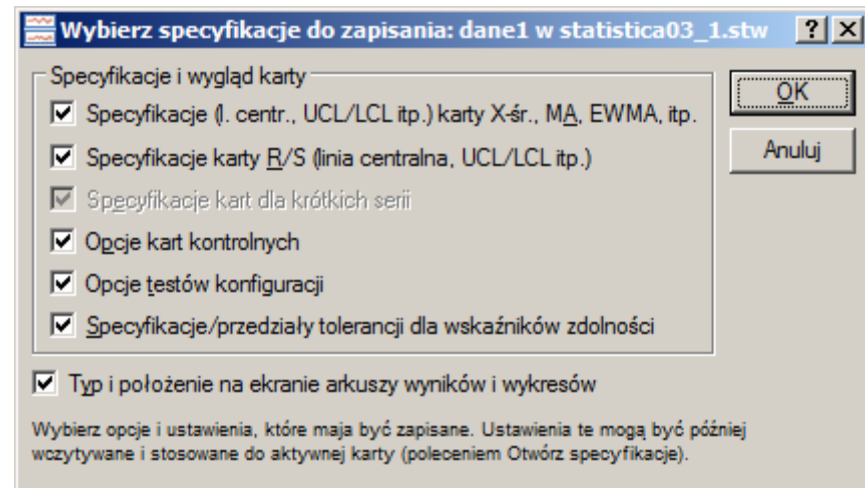
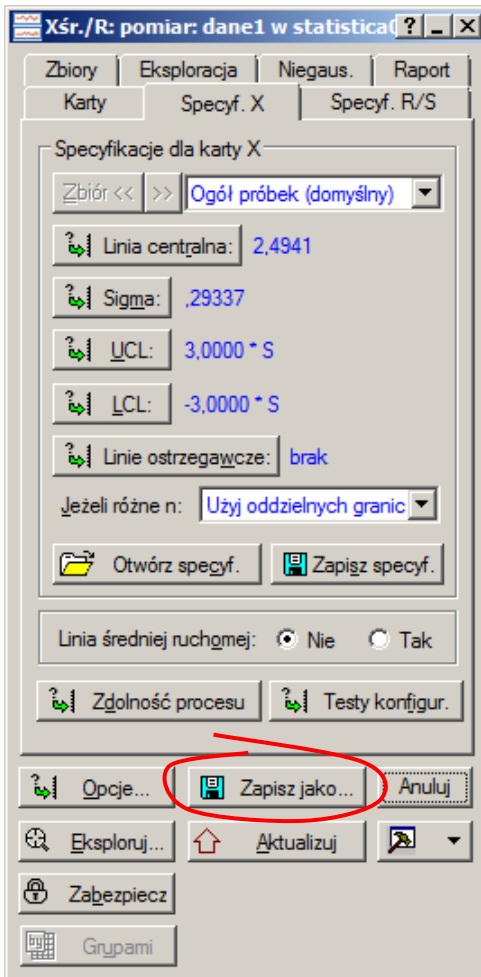
STATISTICA – karta \bar{X} – R (konfiguracja karty – zapis)

modyfikacja specyfikacji z wartości wyznaczanych automatycznie na obliczone

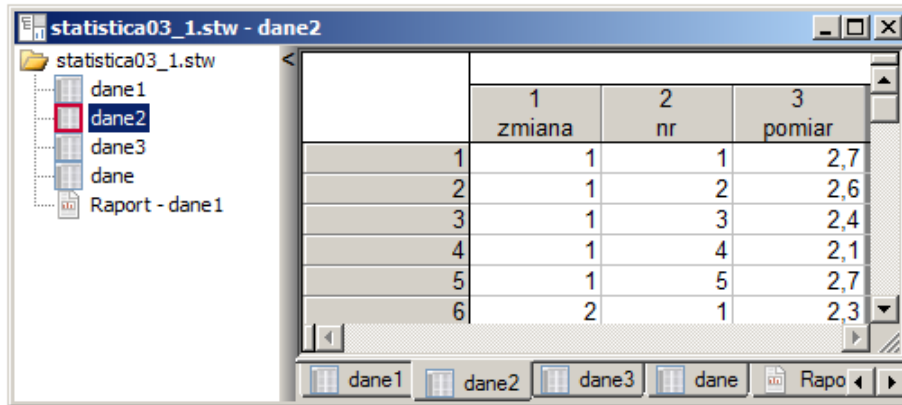


STATISTICA – karta $\bar{X} - R$ – konfiguracja karty (zapis)

modyfikacja specyfikacji z wartości wyznaczanych automatycznie na obliczone

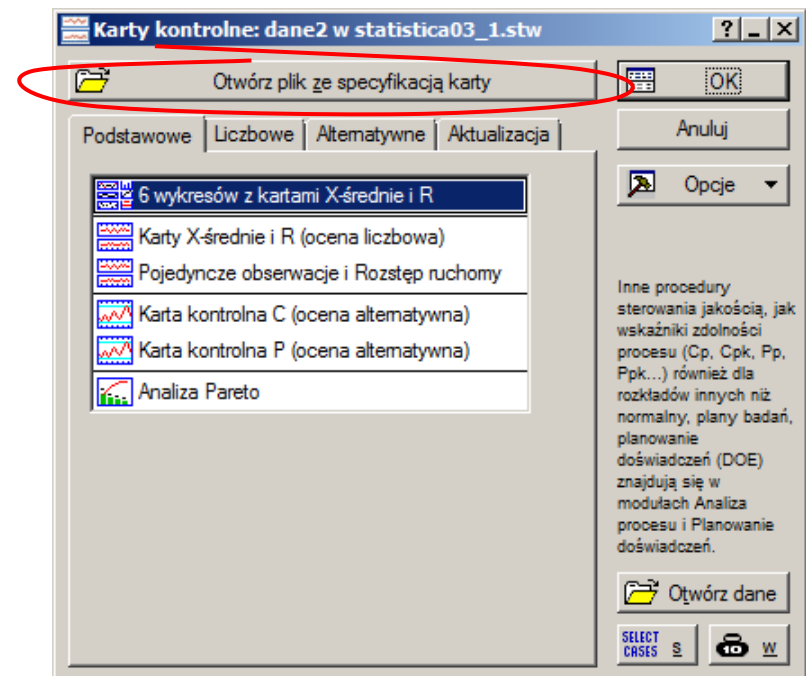


STATISTICA – karta $\bar{X} - R$ (monitorowanie procesu)



statistica03_1.stw - dane2

	1	2	3
	zmiana	nr	pomiar
1	1	1	2,7
2	1	2	2,6
3	1	3	2,4
4	1	4	2,1
5	1	5	2,7
6	2	1	2,3



Karty kontrolne: dane2 w statistica03_1.stw

Otwórz plik ze specyfikacją karty

Podstawowe | Liczbowe | Alternatywne | Aktualizacja

- 6 wykresów z kartami X-średnie i R
- Karty X-średnie i R (ocena liczbowa)
- Pojedyncze obserwacje i Rozstęp ruchomy
- Karta kontrolna C (ocena alternatywna)
- Karta kontrolna P (ocena alternatywna)
- Analiza Pareto

Inne procedury sterowania jakością, jak wskaźniki zdolności procesu (Cp, Cpk, Pp, Ppk...) również dla rozkładów innych niż normalny, plany badań, planowanie doświadczeń (DOE) znajdują się w modułach Analiza procesu i Planowanie doświadczeń.

Otwórz dane

STATISTICA – karta $\bar{X} - R$ (monitorowanie procesu)

X̄s./R: pomiar: dane2 w statistica

Zbiory Eksploracja Niegaus. Raport

Karty Specyf. X Specyf. R/S

Specyfikacje dla karty X

Zbiór << >> Ogól próbek (domyślny)

Linia centralna: 2,4941

Sigma: ,29337

UCL: 3,0000 * S

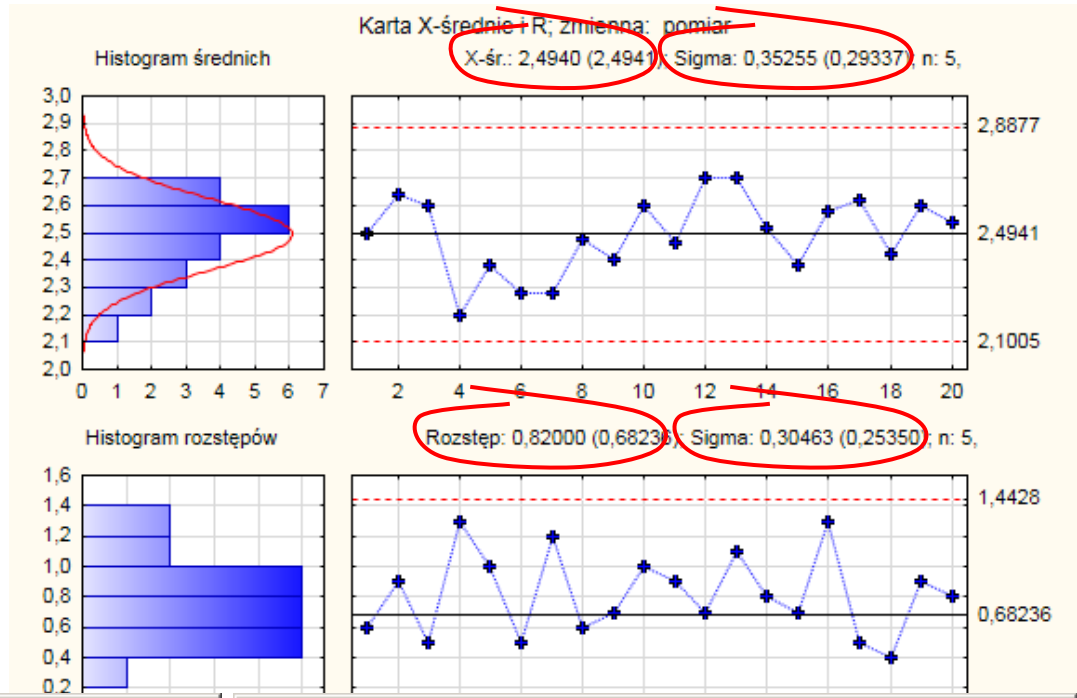
LCL: -3,0000 * S

Linie ostrzegawcze: brak

Jeżeli różne n: Użyj oddzielnych granic

Otwórz specyf. Zapisz specyf.

Linia średniej ruchomej: Nie Tak



Dane: pomiar; Testy konfiguracji (dane2 w statistica03_1.stw)

pomiar; Testy konfiguracji (dan
Karta X-średnie
Linia centralna: 2,494120 Sigma:

Strefy A/B/C: 3,000/2,000/1,000 *Sigma Testy konfiguracji	od próbki	do próbki
9 po tej samej stronie l. centralnej	OK	OK
6 w trendzie rosnącym/malejącym	OK	OK
14 naprzemiennie w górę i w dół	OK	OK
2 z 3 w strefie A lub dalej	OK	OK
4 z 5 w strefie B lub dalej	OK	OK
15 w strefie C	OK	OK
8 poza strefą C	OK	OK

Dane: pomiar; Testy konfiguracji (dane2 w statistica03_1.stw)

pomiar; Testy konfiguracji (dan
Karta R
Linia centralna: 0,682358 Sigma:

Strefy A/B/C: 3,000/2,000/1,000 *Sigma Testy konfiguracji	od próbki	do próbki
9 po tej samej stronie l. centralnej	OK	OK
6 w trendzie rosnącym/malejącym	OK	OK
14 naprzemiennie w górę i w dół	OK	OK
2 z 3 w strefie A lub dalej	OK	OK
4 z 5 w strefie B lub dalej	OK	OK
15 w strefie C	OK	OK
8 poza strefą C	OK	OK