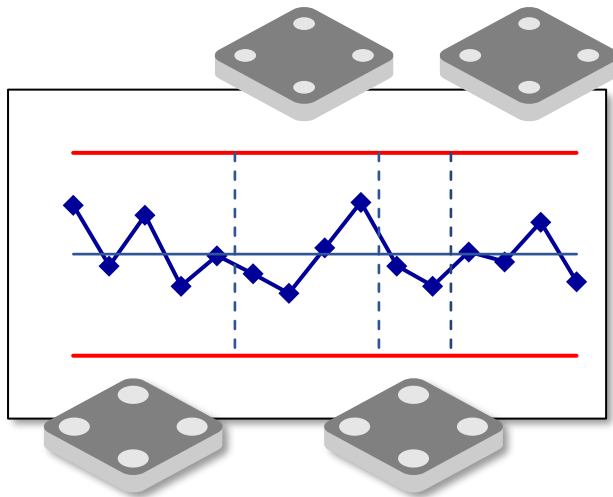


Sterowanie jakością

Karty specjalne
Karty dla krótkich serii
Karty akceptacji procesu

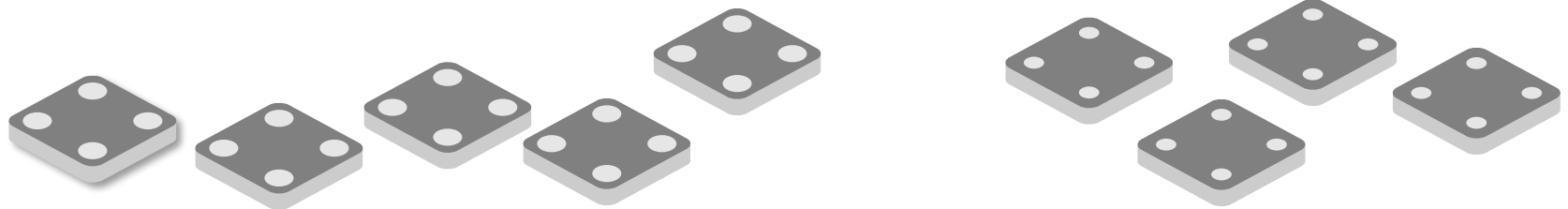


Materialy

<http://pracownicy.uz.zgora.pl/ipajak/>

Krótkie serie

- W przypadku *produkcji krótkoseryjnej* nie jest możliwe zebranie odpowiedniej liczby próbek (20 – 30 próbek) z wynikami opisującymi przebieg procesu produkcji małej partii wyrobów produkowanych w krótkim przebiegu produkcyjnym.
- Odpowiednią liczbę próbek mogą zapewnić wyniki otrzymane z kilku różnych procesów.
- Parametry wyrobów produkowanych w kolejnych seriach mogą się znacząco od siebie różnić – co uniemożliwia *bezpośrednie* wykorzystanie klasycznych kart kontrolnych.
- Klasyczne karty dla cech liczbowych \bar{X} , R , S , MA , $EWMA$ i karty dla cech dyskretnych p , np , c , u mogą być wykorzystane po wstępnym przekształceniu danych. Wykorzystywane są transformacje:
 - odchylenie od wartości nominalnej
 - standaryzacja.



Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

Karta odchyień od wartości DNOM (ang. *Deviation from Nominal*) – karta może być stosowana jeżeli zmienność procesu w kolejnych seriach **jest** w przybliżeniu taka sama.

Wykres postępu

Każdy pomiar przed wykreśleniem na karcie podlega przekształceniu:

$$x'_i = x_i - T_j$$

Linie kontrolne

Wyznaczane jak przy karcie \bar{X} ale na podstawie danych przekształconych.

x_i, x'_i to oryginalna i przekształcona wartość i -tego pomiaru,

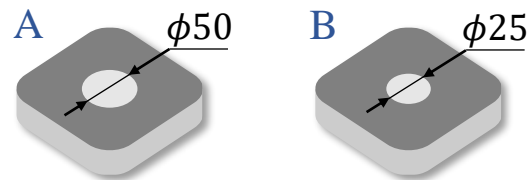
T_j to określona dla j -tej części wartość:

- nominalna wynikająca ze *specyfikacji* dla tej części (karta nazywana jest kartą nominalną) lub
- *średnia* wyznaczona na podstawie wcześniejszych obserwacji (karta nazywana jest kartą docelową).

Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

Przykład 1.*

W tabeli zestawione zostały wyniki kontroli średnic otworów w częściach: A i B. Przeprowadzone zostały 4 kontrole części A i 6 kontrole części B, za każdym razem mierzone były po 3 części. Należy skonfigurować kartę **DNOM** i ocenić stabilność procesu.



próba	część	detal 1	detal 2	detal 3	T_j	odch. 1	odch. 2	odch. 3
1	A	50	51	52	50	0	1	2
2	A	49	50	51	50	-1	0	1
3	A	48	49	52	50	-2	-1	2
4	A	49	53	51	50	-1	3	1
5	B	24	27	26	25	-1	2	1
6	B	25	27	24	25	0	2	-1
7	B	27	26	23	25	2	1	-2
8	B	25	24	23	25	0	-1	-2
9	B	24	25	25	25	-1	0	0
10	B	26	24	25	25	1	-1	0

$$x'_i = x_i - T_j$$

$$T_A = 50$$

$$x'_{21} = 49 - 50 = -1$$

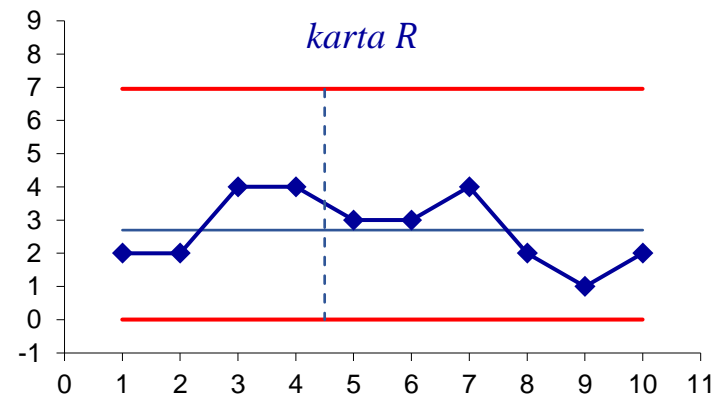
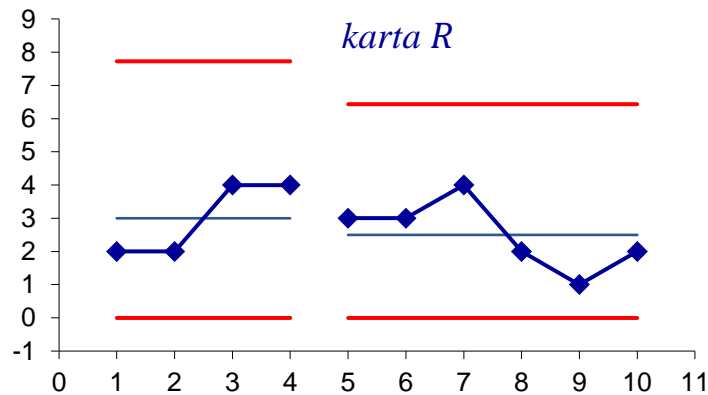
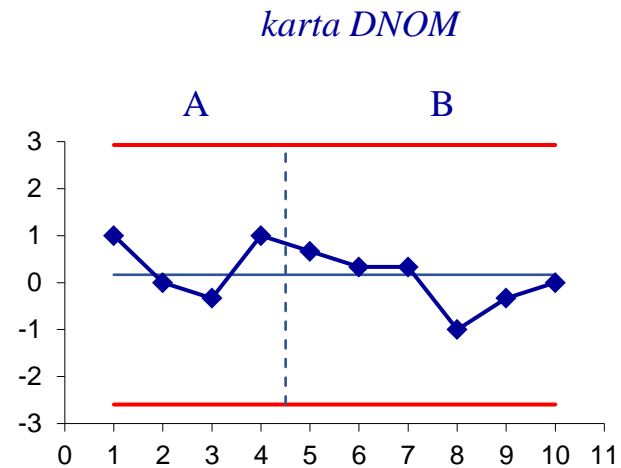
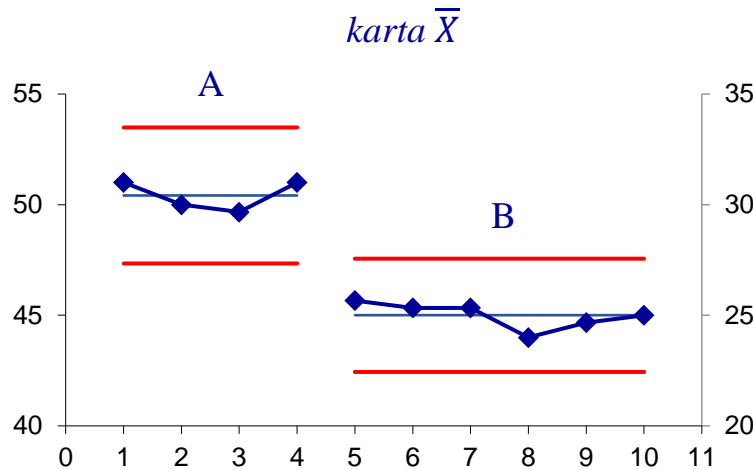
próba 2, detal 1

*Montgomery D., *Introduction to Statistical Quality Control* – John Wiley & Sons, New York 2009

Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

Przykład 1.

Karta **DNOM** w połączeniu z kartą **R** może być wykreślona w oparciu o przekształcone dane z wykorzystaniem zasad dla karty $\bar{X} - R$.



Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

Standaryzowana karta \bar{X} – karta powinna być stosowana jeżeli zmienność procesu w kolejnych seriach **nie jest** w przybliżeniu taka sama.

Wykres postępu

Każda średnia z próbki przed wykreśleniem na karcie podlega przekształceniu:

$$\bar{x}'_i = \frac{\bar{x}_i - T_j}{\bar{R}_j}$$

Linie kontrolne

$$CL = 0,$$

$$UCL = A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}},$$

$$LCL = -A_2 = -\frac{3}{d_2\sqrt{n}}$$

\bar{x}_i, \bar{x}'_i to oryginalna i przekształcona średnia pomiarów w i -tej próbce,

T_j to określona dla j -tej części wartość:

- nominalna wynikająca ze *specyfikacji* lub
- *średnia* wyznaczona na podstawie wcześniejszych obserwacji,

\bar{R}_j to średni rozstęp wyznaczony dla j -tej części,

$d_2(n), A_2(n)$

to stabilizowane współczynniki (*patrz wykład Klasyczne karty kontrolne*).

Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

Standaryzowana karta R – karta jest stosowana łącznie ze standaryzowaną kartą \bar{X} .

Wykres postępu

Każdy rozstęp z próbki przed wykreśleniem na karcie podlega przekształceniu:

$$R'_i = \frac{R_i}{\bar{R}_j}$$

Linie kontrolne

$$CL = 1, \quad UCL = D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2}, \quad LCL = D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2}$$

R_i, R'_i to oryginalny i przekształcony rozstęp w i -tej próbce,

\bar{R}_j to średni rozstęp wyznaczony dla j -tej części,

$d_2(n), d_3(n), D_3(n), D_4(n)$

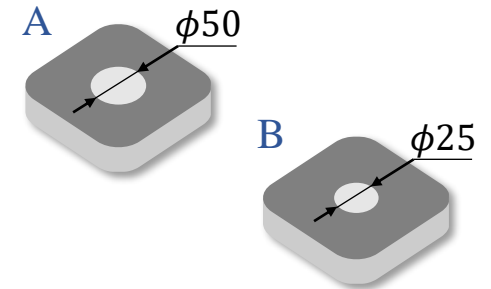
to stabilizowane współczynniki (*patrz wykład Klasyczne karty kontrolne*).

Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

Przykład 1. Standaryzowane karty \bar{X} i R

$$\bar{x}'_i = \frac{\bar{x}_i - T_j}{\bar{R}_j}, \quad R'_i = \frac{R_i}{\bar{R}_j}$$

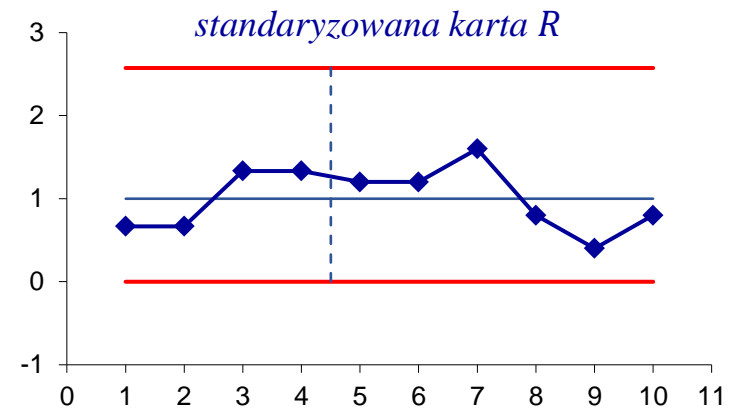
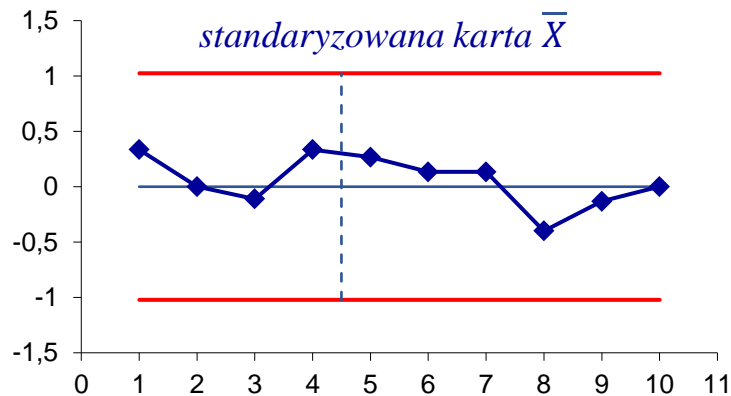
próba	część	detal 1	detal 2	detal 3	\bar{x}_i	R_i	T_j	\bar{R}_j	\bar{x}'_i	R'_i
1	A	50	51	52	51	2	50	3	0,33	0,67
2	A	49	50	51	50	2	50	3	0	0,67
3	A	48	49	52	49,67	4	50	3	-0,11	1,33
4	A	49	53	51	51	4	50	3	0,33	1,33
5	B	24	27	26	25,67	3	25	2,5	0,27	1,2
6	B	25	27	24	25,33	3	25	2,5	0,13	1,2
7	B	27	26	23	25,33	4	25	2,5	0,13	1,6
8	B	25	24	23	24	2	25	2,5	-0,40	0,8
9	B	24	25	25	24,67	1	25	2,5	-0,13	0,4
10	B	26	24	25	25	2	25	2,5	0	0,8



$$T_A = 50, \quad \bar{R}_A = 3,$$

$$\bar{x}_1 = \frac{50+51+52}{3} = 51$$

$$\bar{x}'_1 = \frac{51-50}{3} = \frac{1}{3}$$



STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

The screenshot shows the Statistica software interface. The 'Statystyka' menu is open, and 'Karty kontrolne' is highlighted with a red circle. Other menu items include 'Podstawowe', 'Edycja', 'Widok', 'Format', 'Data Mining', 'Wykresy', 'Narzędzia', 'Dane', and 'Skoroszyt'. The 'Karty kontrolne' menu item is circled in red.

Dane: karta Xsr* (3 zm. * 30 prz.)

	1 próba	2 część	3 średnica
1	1	A	50
2	1	A	51
3	1	A	52
4	2	A	49
5	2	A	50
6	2	A	51
7	3	A	48
8	3	A	49
9	3	A	52

Karty kontrolne: karta Xsr w wykład09.stw

Otwórz plik ze specyfikacją karty

Podstawowe | Liczbowe | Alternatywne | Aktualizacja

- 6 wykresów z kartami X-średnie i R
- 6 wykresów z kartami X-średnie i S
- 6 wykresów z kartami X i ruchomego R
- Karty X-średnie i R (ocena liczbowa)**
- Karty X-średnie i S (ocena liczbowa)
- Karty średniej ruchomej X-średnie i R
- Karty średniej ruchomej X-średnie i S
- Karty EWMA X-średnie i R
- Karty EWMA X-średnie i S
- Pojedyncze obserwacje i Rozstęp ruchomy
- Karta CUSUM dla pojedynczych obserwacji
- Analiza Pareto

Inne procedury sterowania jakością, jak wskaźniki zdolności procesu (Cp, Cpk, Pp, Ppk...) również dla rozkładów innych niż normalny, plany badań, planowanie doświadczeń (DOE) znajdują się w modułach Analiza procesu i Planowanie doświadczeń.

Otwórz dane

SELECT CASES S 10 W

STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

Definiowanie zmiennych dla kart X-średnie i R: karta Xsr w wykł... ? X

Podstawowe | Zbiory | Etykiety, przyczyny, działania

Dane są surowe (średnie itp. będą z nich obliczane) Dane są zagregowane (zawierają średnie itp.)

Zmienne

Pomiary (obserwacje): brak

Identyfikatory próbek (kody): brak

Identyfikatory części (kody): brak

Stała liczność próbki: 5

Stała liczba próbek na część: 2

Minimalna liczba pomiarów na próbkę: 2

OK

Anuluj

Opcje

Czytanie danych surowych. Program oczekuje serii wyników pomiarów.

Wybierz zmienne z pomiarami, identyfikatorami próbek i części ? X

1 - próba 2 - część 3 - średnica	1 - próba 2 - część 3 - średnica	1 - próba 2 - część 3 - średnica
--	--	--

Rozwiń Przybliż Rozwiń Przybliż Rozwiń Przybliż

Pomiary: 3 Identyf. próbek (opcja): 1 Identyf. części (opcja): 2

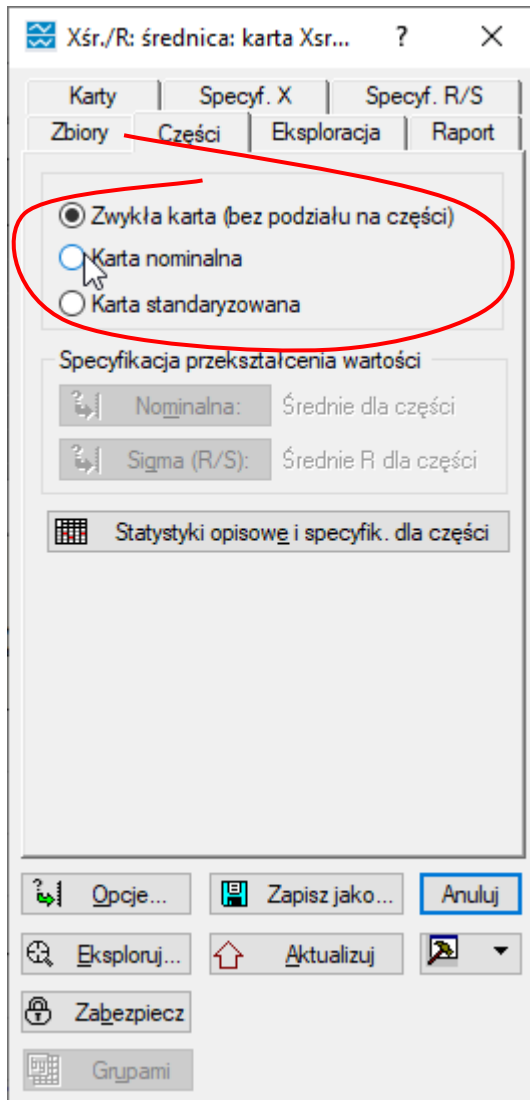
Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali

OK

Anuluj

Włącz opcję "Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali" aby na listach, w zależności od potrzeby, pojawiały się tylko zmienne jakościowe albo ilościowe. Naciśnij F1 aby uzyskać więcej informacji.

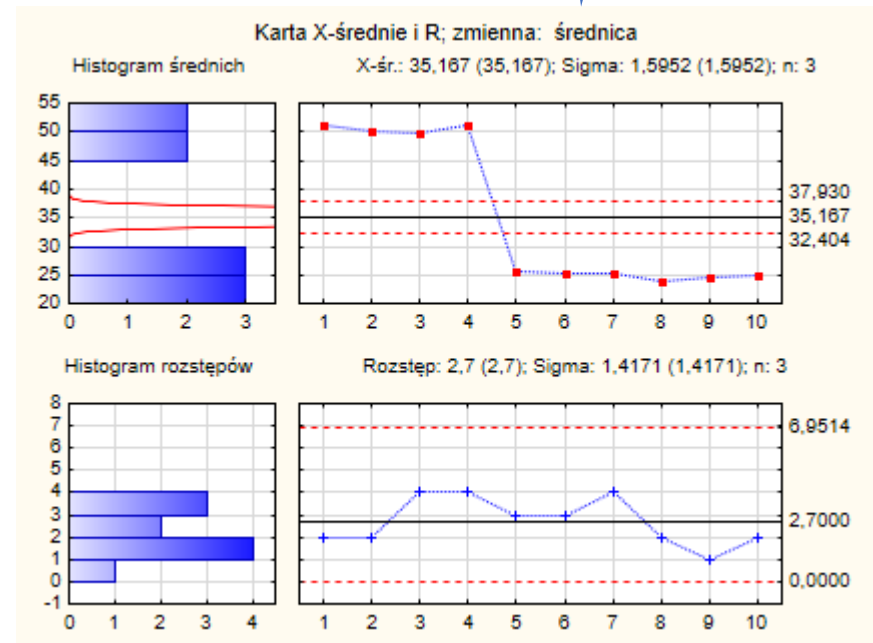
STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii



dostępne:

- karta klasyczna
- karta DNOM
- karta standaryzowana

domyślnie wykreślana karta klasyczna



STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

The image displays the Statistica software interface for creating control charts. The main window shows the 'Karty' (Charts) menu with 'Opcje...' (Options...) highlighted. The 'Opcje: karta Xsr w wyklad09.stw' dialog box is open, showing the 'Etykiety' (Labels) tab. The 'Opisz górną oś X nazwami części' checkbox is checked, indicating that the upper X-axis will be labeled with part names. Other options include 'Opisz pkt. nazwami części' (unchecked), 'Opis górną oś X nazwami części' (checked), and 'Opis pkt. nazwami części' (unchecked). The 'Opis górną oś X nazwami części' option is circled in red. The 'Układ' (Layout) tab is also visible, showing options for chart layout and histogram settings. The 'Opis górną oś X nazwami części' option is circled in red.

STATISTICA – karta DNOM

Xsr./R: średnica: karta Xsr... ?

Karty | Specyf. X | Specyf. R/S
Zbiory | Części | Eksploracja | Raport

Zwykła karta (bez podziału na części)
 Karta nominalna
 Karta standaryzowana

Specyfikacja przekształcenia wartości

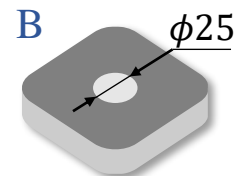
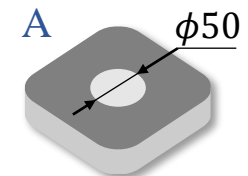
(circled in red)

1

Opcje... | Zapisz jako... | Anuluj
Eksploruj... | Aktualizuj
Zabezpiecz
Grupami

Dane: Statystyki opisowe i specyfikacje dla części (karta Xsr w wykład09.stw) (6 zm...)

część	Średnie	Średnia Rozs.	Próbki na część	Pomiary na część	Średnie N na część	Docel. Średnie
A	50,41667	3,000000	4	12	3,000000	50,00000
B	25,00000	2,500000	6	18	3,000000	25,00000



Podaj wartości nominalne dla części ?

A 50.41667
B 25

OK
Anuluj

Podaj wartości nominalne dla części ?

A 50
B 25

OK (circled in red)
Anuluj

Wspólna wartość
35.1667
Zastosuj

STATISTICA – karty standaryzowane

Xśr./R: średnica: karta Xsr... ?

Karty | Specyf. X | Specyf. R/S

Zbiory | Części | Eksploracja | Raport

Zwykła karta (bez podziału na części)

Karta nominalna

Karta standaryzowana

Specyfikacja przekształcenia wartości

Nominalna: Użytkownika

Sigma (R/S): Średnie R dla części

1 Statystyki opisowe i specyfik. dla części

Opcje... Zapisz jako... Anuluj

Eksploruj... Aktualizuj

Zabezpiecz

Grupami

Dane: Statystyki opisowe i specyfikacje dla części (karta Xsr w wykład09.stw) (6 zm...)

1 Statystyki opisowe i specyfikacje dla części (karta Xsr w wykład09.stw)

część	Średnie	Średnia Rozs.	Próbki na część	Pomiary na część	Srednie N na część	Docel. Średnie
A	50,41667	3,000000	4	12	3,000000	50,00000
B	25,00000	2,500000	6	18	3,000000	25,00000

Podaj wartości nominalne dla części ?

A 50,41667 OK

B 25 Anuluj

Podaj wartości nominalne dla części ?

A 50 OK

B 25 Anuluj

Określ średnie rozstępy dla części ?

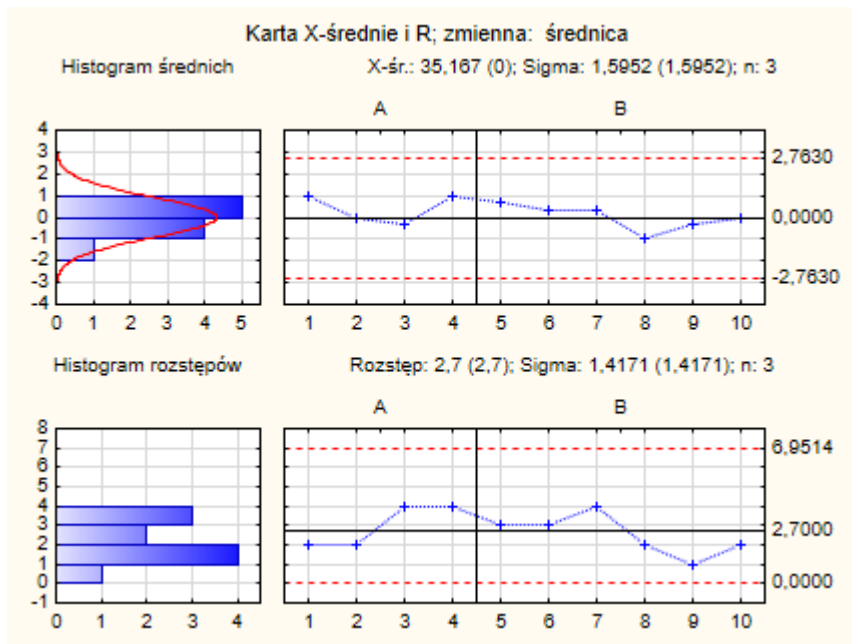
A 3 OK

B 2,5 Anuluj

Wspólna wartość 2,7 Zastosuj

STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

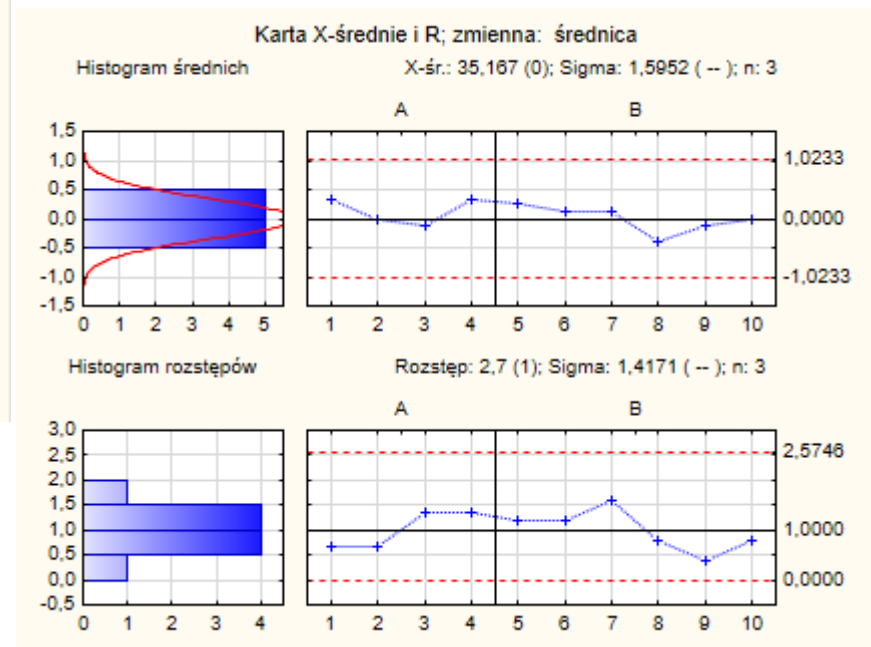
karta DNOM



karta R



standaryzowana karta \bar{X}



standaryzowana karta R



Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena alternatywna

Wykres postępu

Karta	punkt
p	$p'_i = \frac{p_i - \bar{p}_j}{\sqrt{(\bar{p}_j(1-\bar{p}_j))/n_i}}$
np	$np'_i = \frac{np_i - n_i\bar{p}_j}{\sqrt{n_i\bar{p}_j(1-\bar{p}_j)}}$

Karta	punkt
u	$u'_i = \frac{u_i - \bar{u}_j}{\sqrt{\bar{u}_j/n_i}}$
c	$c'_i = \frac{c_i - \bar{c}_j}{\sqrt{\bar{c}_j}}$

Linie kontrolne

$$CL = 0,$$

$$UCL = L,$$

$$LCL = -L$$

p_i, u_i, np_i, c_i to proporcje i liczby wadliwych i wad w i -tej próbce,
 $\bar{p}_j, \bar{u}_j, \bar{c}_j$ to średnie proporcje i liczby wadliwych i wad dla j -tej części,
 n_i to liczebność i -tej próbki,
 L domyślnie 3

Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena alternatywna

Przykład 2. (na podstawie *)

W tabeli zestawione zostały wyniki kontroli liczby wad na płytkach drukowanych typu A, B i C. Skonfigurować kartę c w oparciu o dane zebrane w 5 kolejnych dniach roboczych.

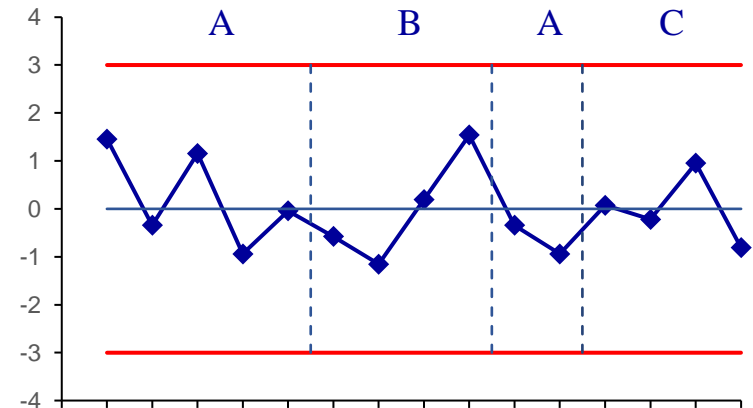
i	dzień	część	c_i	c'_i	część	\bar{c}_j
1	245	A	16	1,46	A	11,14
2		A	10	-0,34	B	27
3		A	15	1,16	C	46,5
4	246	A	8	-0,94		
5		A	11	-0,04		
6		B	24	-0,58		
7		B	21	-1,15		
8	247	B	28	0,19		
9		B	35	1,54		
10		A	10	-0,34		
11	248	A	8	-0,94		
12		C	47	0,07		
13		C	45	-0,22		
14	249	C	53	0,95		
15		C	41	-0,81		

$$\bar{c}_A = \frac{16 + \dots + 8}{7} \approx 11,14$$

$$c'_1 = \frac{16 - 11,14}{\sqrt{11,14}} \approx 1,46$$

$$c'_i = \frac{c_i - \bar{c}_j}{\sqrt{\bar{c}_j}}$$

standaryzowana karta c



*Montgomery D., *Introduction to Statistical Quality Control* – John Wiley & Sons, New York 2009

STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

The screenshot shows the Statistica software interface. The 'Statystyka' menu is open, and 'Karty kontrolne' is highlighted with a red circle. Other menu items include 'Podstawowe', 'Edycja', 'Widok', 'Format', 'Data Mining', 'Wykresy', 'Narzędzia', 'Dane', and 'Skoroszyt'. The 'Karty kontrolne' dropdown menu is also visible, showing options like 'Karta kontrolna C (ocena alternatywna)', 'Karta kontrolna U (ocena alternatywna)', 'Karta kontrolna Np (ocena alternatywna)', 'Karta kontrolna P (ocena alternatywna)', and 'Analiza Pareto'.

wykład09.stw - karta c

	1 dzień	2 część	3 wadliwych
1	245	A	16
2	245	A	10
3	245	A	15
4	246	A	8
5	246	A	11
6	246	B	24
7	246	B	21
8	247	B	28
9	247	B	35
10	247	A	10
11	248	A	8
12	248	C	47
13	248	C	45
14	249	C	53
15	249	C	41

karta Xsr karta c

Karty kontrolne: karta Xsr w wykład09.stw

Otwórz plik ze specyfikacją karty

Podstawowe | Liczbowe | Alternatywne | Aktualizacja

- Karta kontrolna C (ocena alternatywna)
- Karta kontrolna U (ocena alternatywna)
- Karta kontrolna Np (ocena alternatywna)
- Karta kontrolna P (ocena alternatywna)
- Analiza Pareto

Inne procedury sterowania jakością, jak wskaźniki zdolności procesu (Cp, Cpk, Pp, Ppk...) również dla rozkładów innych niż normalny, plany badań, planowanie doświadczeń (DOE) znajdują się w modułach Analiza procesu i Planowanie doświadczeń.

Otwórz dane

SELECT CASES S 10 W

STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

Definiowanie zmiennych dla karty C: karta c w wykład09.stw

Podstawowe | Zbiory | Etykiety, przyczyny, działania

Dane wejściowe to liczby wad lub dane surowe (o jednostkach)

Liczby wad

Dane surowe (zlicz jednostki niezgodne: defekty >0)

Zmienne

Liczby wad: brak

Identyfikatory części (kody): brak

Stała liczba próbek na część: 2

OK

Anuluj

Opcje

Wybierz zmienne z liczbami wad i identyf. części (opcja)

1 - dzien	1 - dzien
2 - część	2 - część
3 - wadliwych	3 - wadliwych

Wszystkie Rozwiń Przybliż

Zmienna z liczbą wad: 3

Identyf. części (opcja): 2

Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali

OK

Anuluj

Włącz opcję "Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali" aby na listach, w zależności od potrzeby, pojawiały się tylko zmienne jakościowe albo ilościowe. Naciśnij F1 aby uzyskać więcej informacji.

STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

C: wadliwych: karta c w ...

Karty | Specyfikacja | Zbiory
Części | Eksploracja | Raport

Zwykła karta (bez podziału na części)
 Karta nominalna

Specyfikacja przekształcenia wartości
Nominalna: Średnie dla części

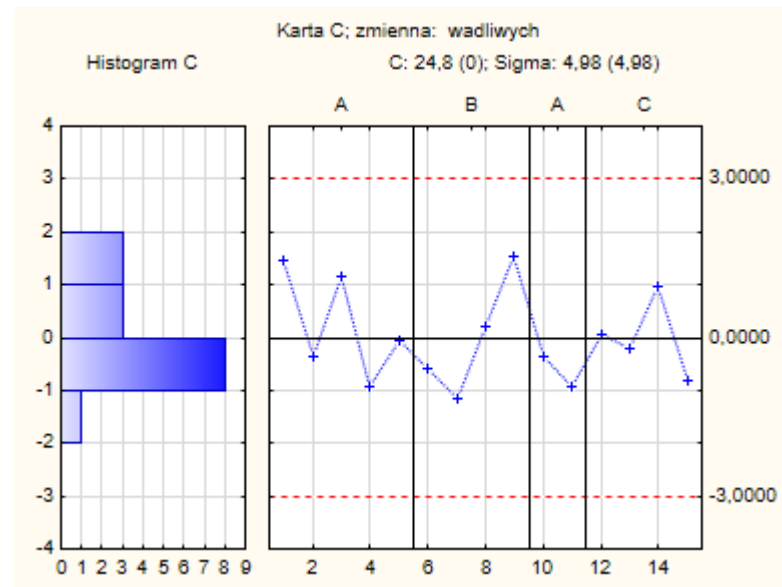
Statystyki opisowe i specyfik. dla części

1

Opcje... Zapisz jako... Anuluj
Eksploruj... Aktualizuj
Zabezpiecz
Grupami

Dane: Statystyki opisowe i specyfikacje dla części (karta c w wykład09.stw...)

część	Średnia C	Skumul. (C)	Próbki na część	Pomiary na część	Średnie N na część
A	11,14286	11,14286	7	7	1,000000
B	27,00000	38,14286	4	4	1,000000
C	46,50000	84,64286	4	4	1,000000



Zmodyfikowana karta \bar{X}

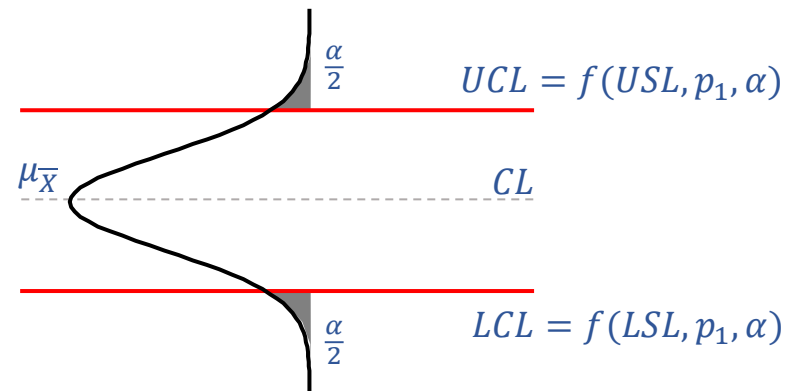
Karta jest stosowana dla procesów o rozkładzie normalnym, których zmienność jest:

- **statystycznie stabilna,**
- **znacząco mniejsza** od zakresu specyfikacji (USL , LSL), tzn.:

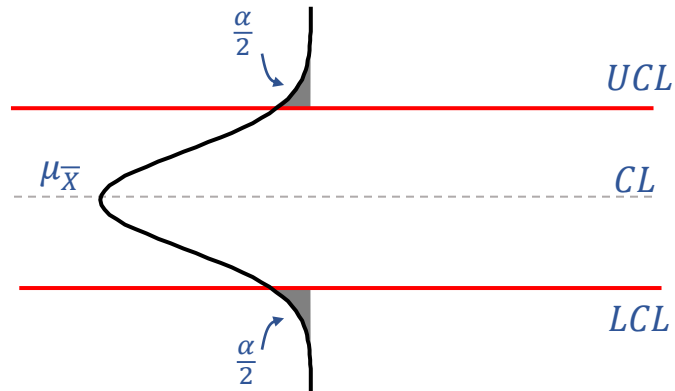
$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \gg 1$$

Granice kontrolne karty wyznaczane są na podstawie:

- granic specyfikacji USL i LSL ,
- przyjętej dopuszczalnej wadliwości p_1 ,
- dopuszczalnego poziomu prawdopodobieństwa błędu I rodzaju α .



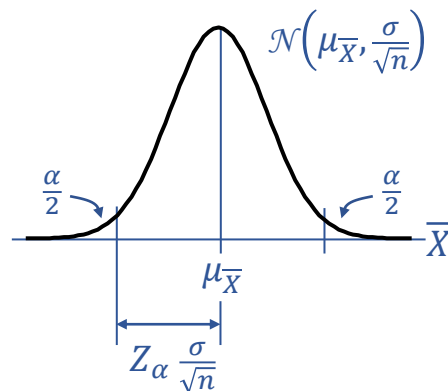
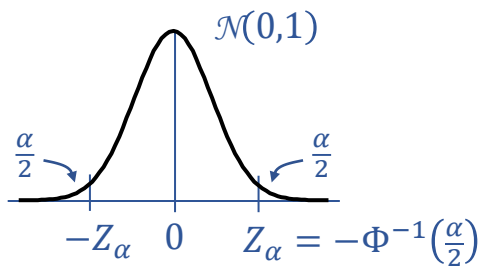
Granice klasycznej karty \bar{X}



$$UCL = \mu_{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}} = \hat{\mu}_X + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

$$CL = \mu_{\bar{X}},$$

$$LCL = \mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$



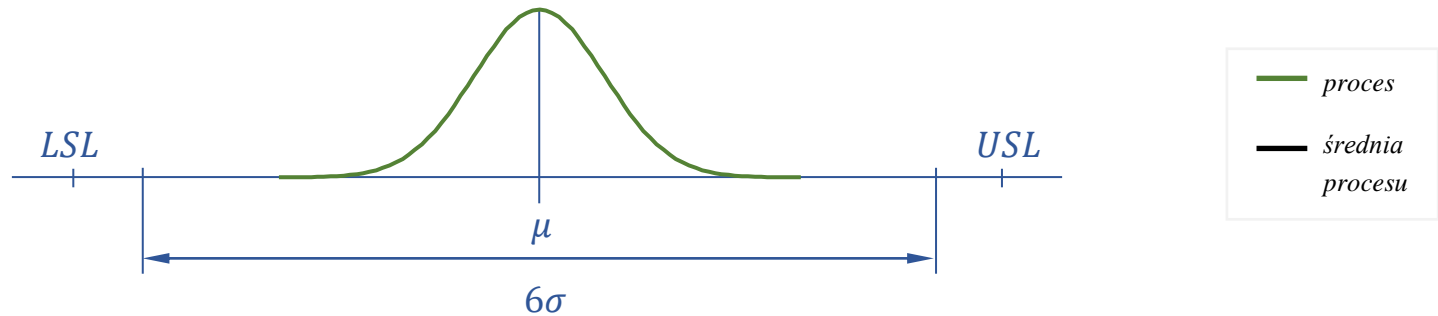
$$Z_\alpha = 3 \Leftrightarrow \alpha = 0,0027$$

$$UCL = \mu_{\bar{X}} + Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

$$LCL = \mu_{\bar{X}} - Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Modyfikacja granic karty \bar{X} (etap 1)

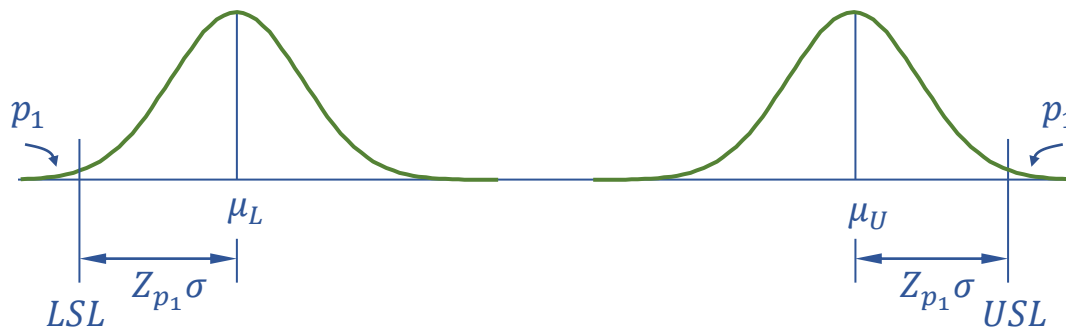
Dla procesu, którego zmienność jest znacząco mniejsza od jego granic specyfikacji



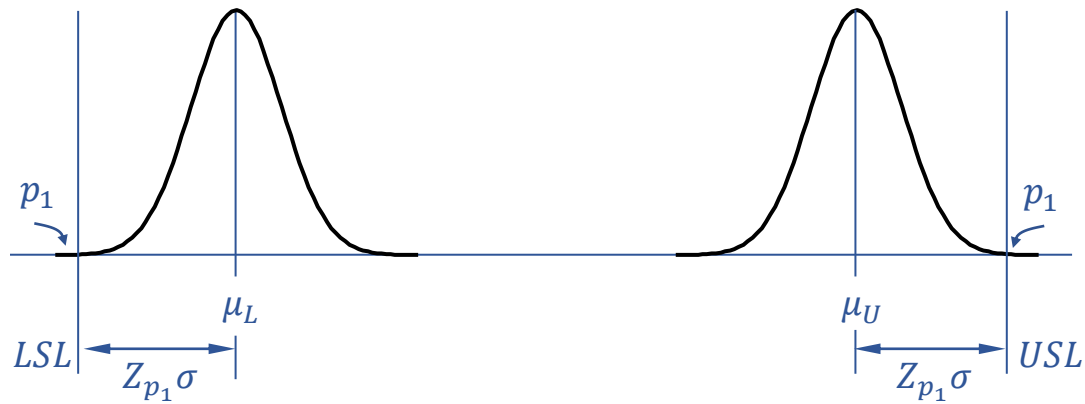
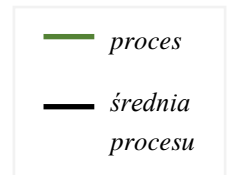
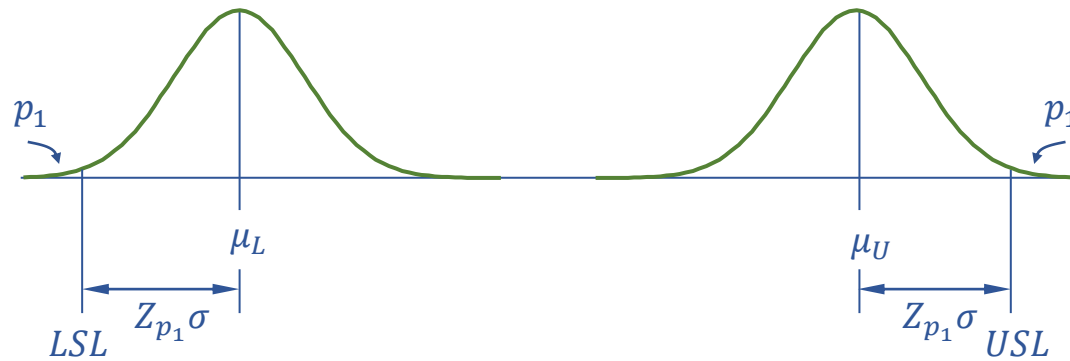
granice kontrolne można ustawić przyjmując założenie, że średnia procesu μ może się zmieniać w granicach

$$\mu_L \leq \mu \leq \mu_U$$

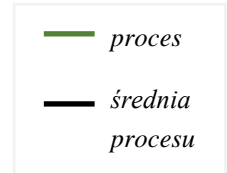
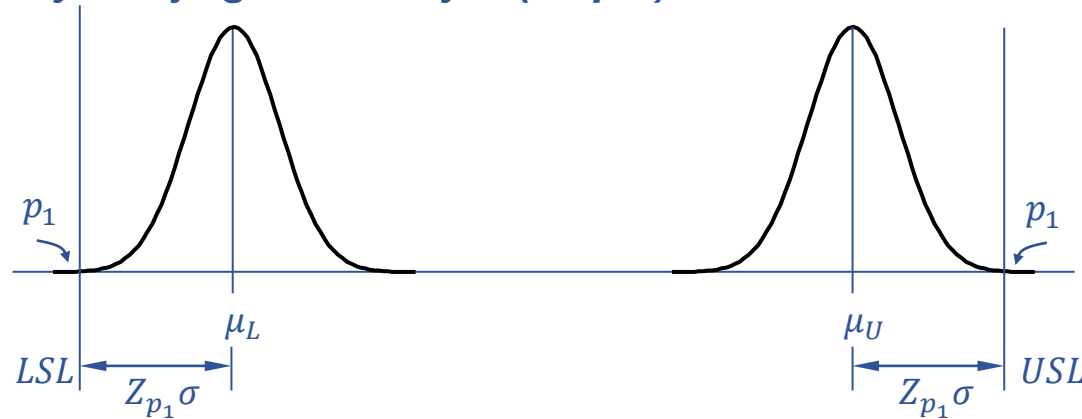
ustalonych na podstawie przyjętej **dopuszczalnej wadliwości** p_1 .



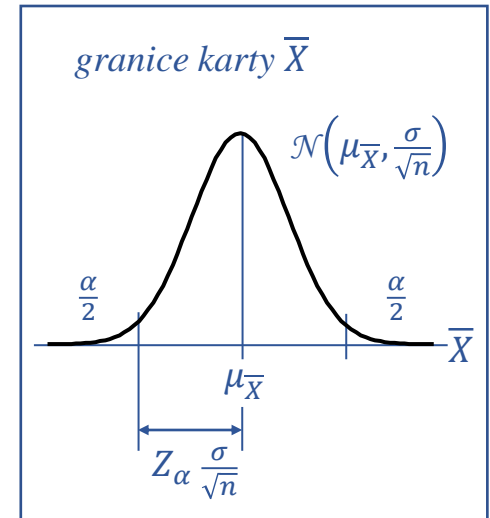
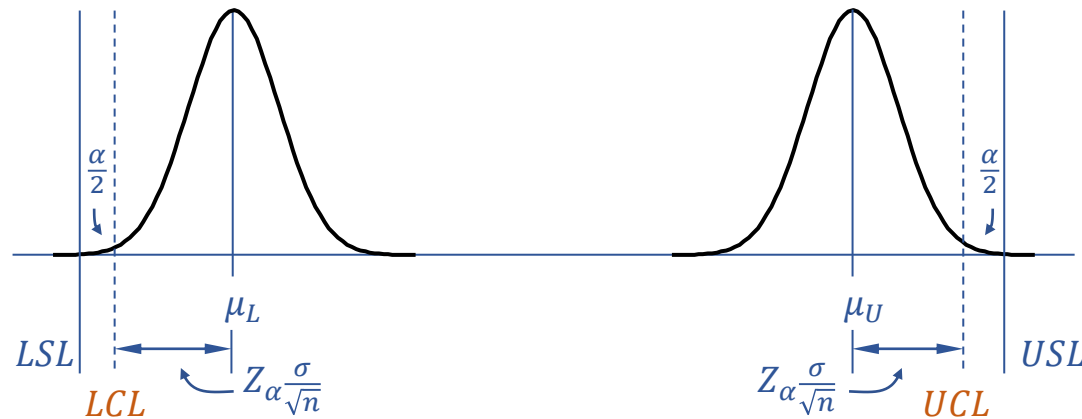
Modyfikacja granic karty \bar{X} (etap 1)



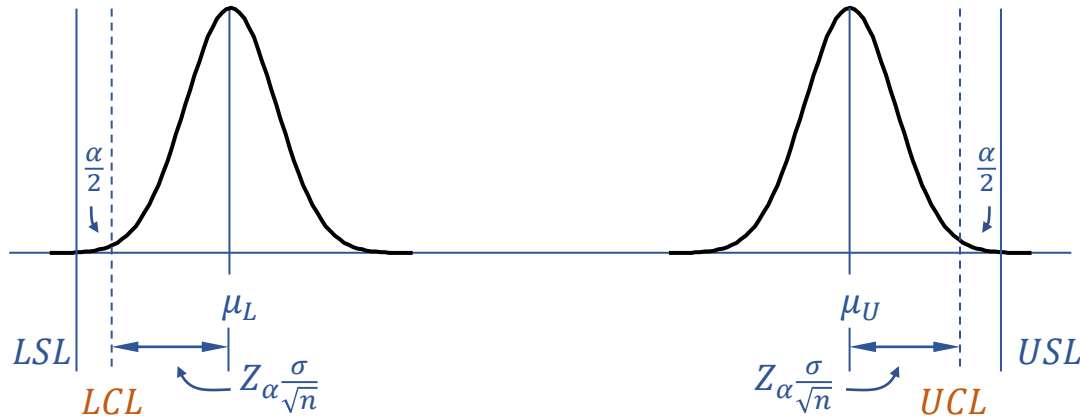
Modyfikacja granic karty \bar{X} (etap 2)



Granice kontrolne karty zmodyfikowanej wyznacza się w oparciu o dopuszczalne μ_L i μ_U , zakładając błąd I rodzaju α określający prawdopodobieństwo pojawiania się fałszywych sygnałów świadczących o niespełnieniu przez proces wymogów specyfikacji.



Modyfikacja granic karty \bar{X}



$$\begin{aligned}
 LCL &= \mu_L - Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\
 &= LSL + Z_{p_1} \sigma - Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\
 &= LSL + \left(Z_{p_1} - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \right) \sigma
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 UCL &= \mu_U + Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\
 &= USL - Z_{p_1} \sigma + Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\
 &= USL - \left(Z_{p_1} - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \right) \sigma
 \end{aligned}$$

dla $\alpha = 0,0027 \quad Z_\alpha = 3$

$$LCL = LSL + \left(Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

$$UCL = USL - \left(Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

Przykład 2.*

Należy zaprojektować kartę \bar{X} ze zmodyfikowanymi granicami dla procesu o rozkładzie normalnym o $\mu = 20$ i $\sigma = 2$ (zakładając że zmienność procesu jest statystycznie stabilna) i granicach specyfikacji: $LSL = 8$, $USL = 32$. Należy przyjąć, że liczebność próbki na karcie wynosi $n = 4$.

Rozważany proces jest procesem o *poziomie jakości Six Sigma (poziom sigma $Z = 6$)* – jego odchylenie standardowe mieści się w przedziale specyfikacji 12 razy, tzn. wskaźnik zdolności osiąga wartość 2 (proces typu Six Sigma $\Leftrightarrow C_p \geq 2$).

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{32 - 8}{12} = 2.$$

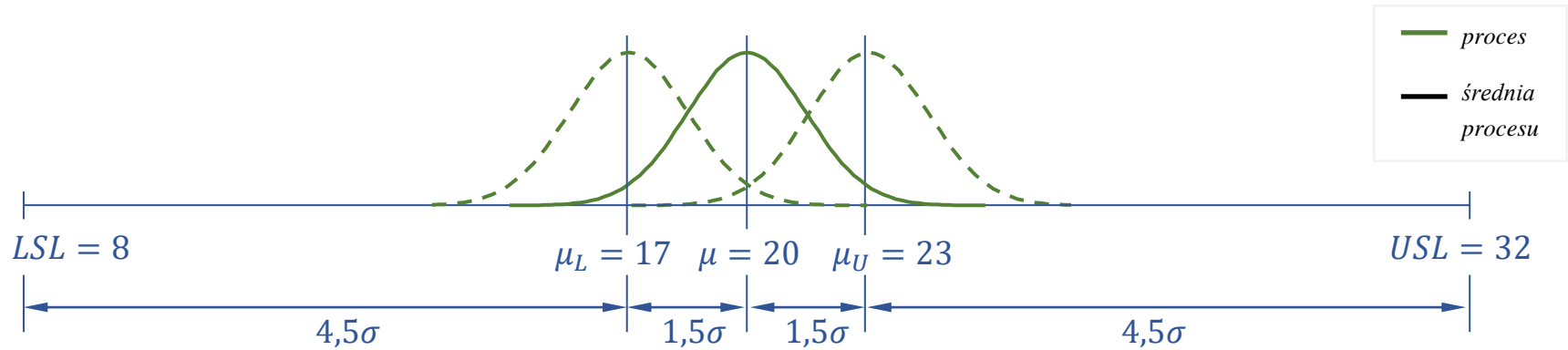
W metodologii **Six Sigma** przyjmuje się, że procesy w okresach długoterminowych mogą się przesuwać o $\pm 1,5\sigma$. Zmodyfikowana karta \bar{X} zostanie zaprojektowana dla założonych zmian średniej, tzn.:

$$\mu_L = \mu - 1,5\sigma = 17$$

$$\mu_U = \mu + 1,5\sigma = 23$$

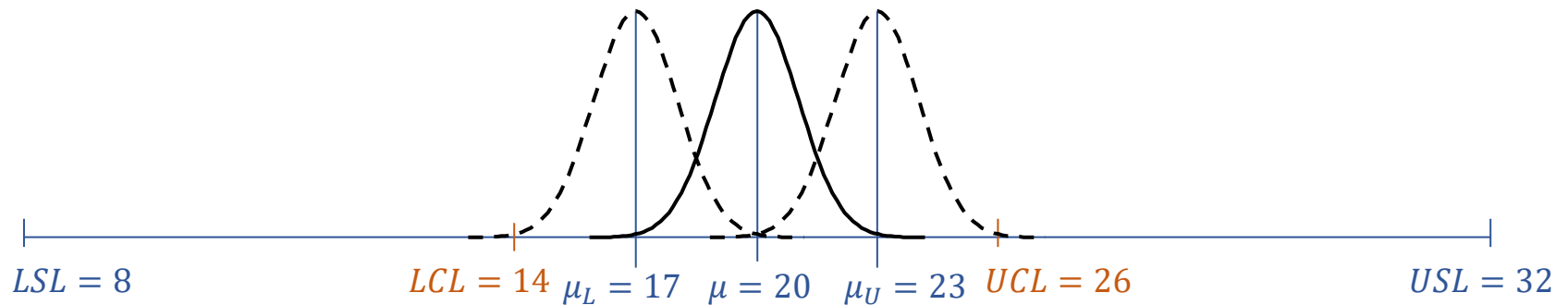
*Montgomery D., *Introduction to Statistical Quality Control* – John Wiley & Sons, New York 2009

Zmodyfikowana karta \bar{X}



$$\begin{aligned} LCL &= \mu_L - Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= 17 - 3 \frac{2}{\sqrt{4}} \\ &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_U + Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= 23 + 3 \frac{2}{\sqrt{4}} \\ &= 26 \end{aligned}$$

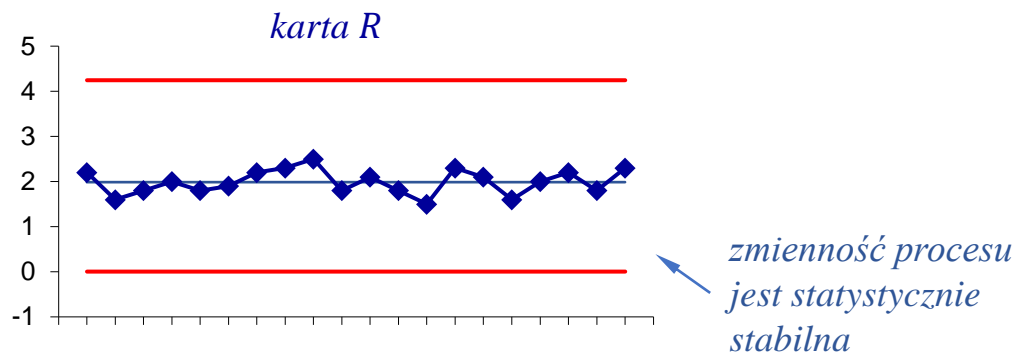


Przykład 3. (na podstawie *) Badano zawartość azotu w nawozie. Pobrano 20 próbek o liczebności $n = 5$. Obliczone średnie i rozstępy zostały zebrane w tabeli. Należy zaprojektować kartę \bar{X} ze zmodyfikowanymi granicami przyjmując, że zgodnie ze specyfikacją zawartość azotu w nawozie powinna mieścić się w przedziale [12%, 33%] i dopuszczalna wadliwość procesu nie może być wyższa niż $p_1 = 1\%$.

Sprawdzanie założeń

W celu zbadania statystycznej stabilności procesu zostanie wykreślona karta R . Parametry karty wynoszą:

$$\bar{R} = 1,99, \quad UCL = D_4\bar{R} = 2,114 \cdot 1,99 \approx 4,21, \quad LCL = D_3\bar{R} = 0.$$



próba	\bar{X}	R	próba	\bar{X}	R
1	14,8	2,2	11	25	2,1
2	15,2	1,6	12	16,4	1,8
3	16,7	1,8	13	18,6	1,5
4	15,5	2,0	14	23,9	2,3
5	18,4	1,8	15	17,2	2,1
6	17,6	1,9	16	16,8	1,6
7	21,4	2,2	17	21,1	2,0
8	20,5	2,3	18	19,5	2,2
9	22,8	2,5	19	18,3	1,8
10	16,9	1,8	20	20,2	2,3

*Mitra A., *Fundamentals of quality control and improvement* – John Wiley & Sons, 2008

Sprawdzanie założeń cd.

Odchylenie standardowe procesu można oszacować jako: $\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{1,99}{2,326} \approx 0,86$,
zdolność C_p wynosi więc:

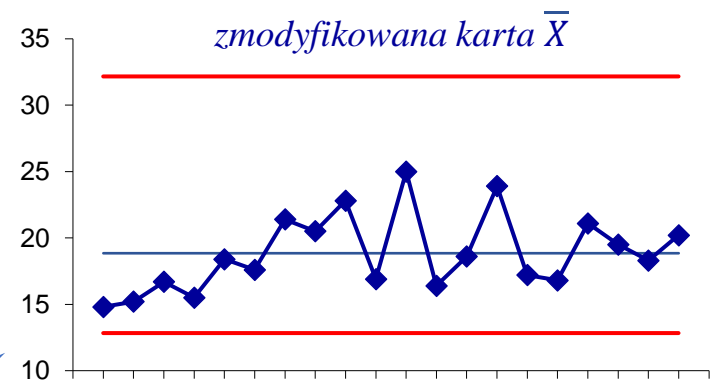
$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{33 - 12}{6 \cdot 0,86} \approx 4,09$$

Zdolność jest więc znacząco większa od 1, proces może być więc analizowany z wykorzystaniem karty zmodyfikowanej.

Wartość Z_{p_1} (uwzględniając, że $p_1 = 0,01$) wynosi $Z_{p_1} = -\Phi^{-1}(p_1) \approx 2,33$, więc granice karty zmodyfikowanej wyznacza się jako:

$$\begin{aligned} UCL &= USL - \left(Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma \\ &= 33 - \left(2,33 - \frac{3}{\sqrt{5}} \right) 0,86 \\ &\approx 32,16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL &= LSL + \left(Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma \\ &= 12 + \left(2,33 - \frac{3}{\sqrt{5}} \right) 0,86 \\ &\approx 12,84 \end{aligned}$$



proces spełnia przyjęte wymagania

STATISTICA – Zmodyfikowana karta \bar{X}

Karty kontrolne: karta Xsr w wyklad09.stw

Otwórz plik ze specyfikacją karty

Podstawowe Liczbowe Alternatywne Aktualizacja

- 6 wykresów z kartami X-średnie i R
- 6 wykresów z kartami X-średnie i S
- 6 wykresów z kartami X i ruchomego R
- Karty X-średnie i R (ocena liczbowa)**
- Karty X-średnie i S (ocena liczbowa)
- Karty średniej ruchomej X-średnie i R
- Karty średniej ruchomej X-średnie i S
- Karty EWMA X-średnie i R
- Karty EWMA X-średnie i S
- Pojedyncze obserwacje i Rozstęp ruchomy
- Karta CUSUM dla pojedynczych obserwacji
- Analiza Pareto

Inne procedury sterowania jakością, jak wskaźniki zdolności procesu (Cp, Cpk, Pp, Ppk...) również dla rozkładów innych niż normalny, plany badań, planowanie doświadczeń (DOE) znajdują się w modułach Analiza procesu i Planowanie doświadczeń.

Otwórz dane

SELECT CASES

OK Anuluj Opcje

Dane: azot* (3 zm. * 20 prz.)

	1 nr	2 Xśr	3 R
1	1	14,8	2,2
2	2	15,2	1,6
3	3	16,7	1,8
4	4	15,5	2
5	5	18,4	1,8
6	6	17,6	1,9
7	7	21,4	2,2
8	8	20,5	2,3
9	9	22,8	2,5
10	10	16,9	1,8
11	11	25	2,1
12	12	16,4	1,8
13	13	18,6	1,5
14	14	23,9	2,3
15	15	17,2	2,1
16	16	16,8	1,6
17	17	21,1	2
18	18	19,5	2,2
19	19	18,3	1,8
20	20	20,2	2,3

STATISTICA – Zmodyfikowana karta \bar{X}

Definiowanie zmiennych dla kart \bar{X} -średnie i R: azot

Podstawowe | Zbiory | Etykiety, przyczyny, działania

Dane są surowe (średnie itp. będą z nich obliczane) Dane są zagregowane (zawierają średnie itp.)

Zmienne

Średnie: brak
Rozstępy: brak
Liczności próbek (N): brak
Identyfikatory części (kody): brak

Stała liczność próbki: 5

Stała liczba próbek na część:

Minimalna liczba pomiarów na próbke

OK
Anuluj
Opcje

Czytanie danych zagregowanych.
Program oczekuje średnich, rozstępów lub odchyień standardowych i, opcjonalnie, licznosci próbek. Jeden przypadek to jedna próbka. Statystyki

Wybierz zmienne ze średnimi, rozstępami i licznosciami próbek

1 - nr 2 - Xśr 3 - R	1 - nr 2 - Xśr 3 - R	1 - nr 2 - Xśr 3 - R	1 - nr 2 - Xśr 3 - R
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

Rozwiń Przybliż Rozwiń Przybliż Rozwiń Przybliż Rozwiń Przybliż

Średnie: 2 Rozstępy: 3 Licznosci próbek: Identyf. części (opcja):

Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali

OK
Anuluj

Włącz opcję "Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali" aby na listach, w zależności od potrzeby, pojawiały się tylko zmienne jakościowe albo ilościowe. Naciśnij F1 aby uzyskać więcej informacji.

STATISTICA – Zmodyfikowana karta \bar{X}

Xśr./R: Xśr: azot

Zbiory | Eksploracja | Raport
Karty | Specyf. X | Specyf. R/S

Specyfikacje dla karty X

Zbiór << >> Ogół próbek (domyślny)

Linia centralna: Średnia procesu

Sigma: Obliczona

UCL: $3.0000 \cdot S$ } granice
LCL: $-3.0000 \cdot S$ } karty \bar{X}

Linie ostrzegawcze: brak

Jeżeli różne n: Użyj oddzielnych granic

Otwórz specyf. | Zapisz specyf...

Linia średniej ruchomej: Nie Tak

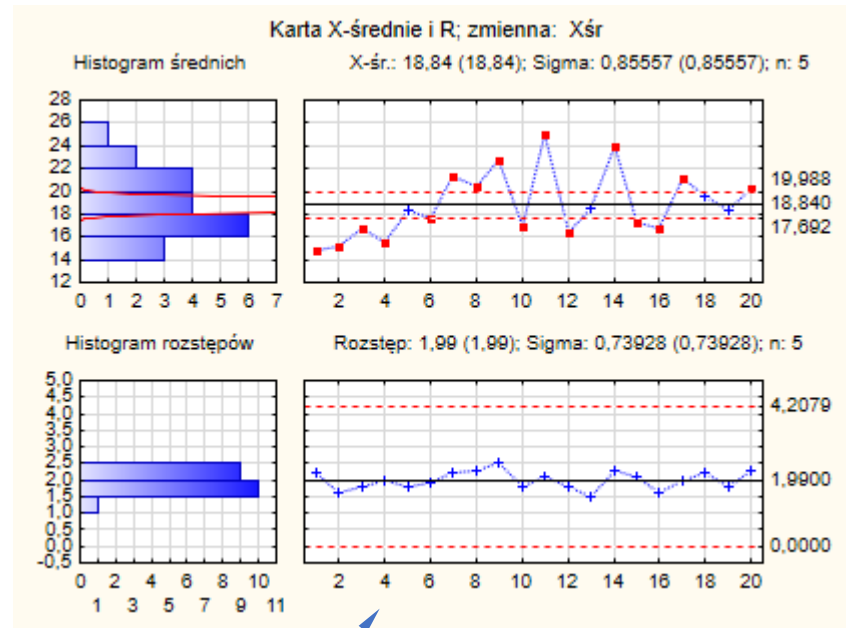
Zdolność procesu | Testy konfigur.

Opcje... | Zapisz jako... | Anuluj

Eksploruj... | Aktualizuj

Zabezpiecz

Grupami



zmienność procesu jest statystycznie stabilna

STATISTICA – Zmodyfikowana karta \bar{X}

Statystyki podstawowe i tabele: karta zmodyf. w wykł... ? X

Podstawowe

- Statystyki opisowe
- Macierze korelacji
- Test t dla prób niezależnych (wzgl. grup)
- Test t dla prób niezależnych (wzgl. zmn.)
- Test t dla prób zależnych
- Test t dla pojedynczej próby
- Przekroje, prosta ANOVA
- Przekroje uproszczone
- Tabele licznosci
- Tabele wielodzielcze
- Tabele wielokrotnych odpowiedzi
- Inne testy istotności
- Kalkulator prawdopodobieństwa**

Kalkulator prawdopodobieństwa ? X

Rozkład

- Beta
- Dwumianowy
- Cauchy'ego
- Chi²
- Wykładniczy
- Wart. ekstremalne
- F (Fishera)
- Gamma
- Hipergeometryczny
- Laplace'a
- Lognormalny
- Logistyczny
- Pareto
- Poisson
- Rayleigha
- t (Studenta)
- Weibulla
- Z (Normalny)**

Oblicz X z p Wyślij do raportu Utwórz wykres **Oblicz**
 Obustronne (1-p) **Koniec**

X: średnia: 0
p: 0,01 odch.std.: 1

Funkcja gęstości

Stałe skalowanie

Kalkulator prawdopodobieństwa ? X

Rozkład

- Beta
- Dwumianowy
- Cauchy'ego
- Chi²
- Wykładniczy
- Wart. ekstremalne
- F (Fishera)
- Gamma
- Hipergeometryczny
- Laplace'a
- Lognormalny
- Logistyczny
- Pareto
- Poisson
- Rayleigha
- t (Studenta)
- Weibulla
- Z (Normalny)**

Oblicz X z p Wyślij do raportu Utwórz wykres **Oblicz**
 Obustronne (1-p) **Koniec**

X: -2,326348 średnia: 0
p: 0,01 odch.std.: 1

Funkcja gęstości: Prawdopodobieństwo

Stałe skalowanie

$$UCL = USL - \left(Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$
$$LCL = LSL + \left(Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$
$$Z_{p_1} = -\Phi^{-1}(p_1 = 0,01) \approx 2,33$$

STATISTICA – Zmodyfikowana karta \bar{X}

Dane: karta zmodyf.* (9 zm. * 1 prz.)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Rśr	n	USL	LSL	p1	Zp1	sigma	UCL	LCL
1	1,99	5	33	12	0,01				

Do wyznaczenia granic *UCL* i *LCL* można wykorzystać arkusz pomocniczy

Zmienna 6

Nazwa: **Zp1** Typ: Podw. precyzji OK

Skala pomiarowa: Automatyczny Długość: 8 Anuluj

Wyłączona Etykieta Stany przyp. Kod BD: -99999998

Format wyświetlania

Miejsz po przec: 4

1000,0000; -1000,0000
 1 000,0000; -1 000,0000
 1000,0000; (1000,0000)
 1 000,0000; (1 000,0000)

Wszystkie specyfikacje
 Etykiety tekstowe...
 Wartości, statystyki...
 Właściwości...
 [Zestawy]...

Długa nazwa (etykieta lub formuła z funkcją): Przewodnik

$$Z_{p_1} = -\Phi^{-1}(p_1 = 0,01)$$

Przeglądarka funkcji

Kategoria	Funkcja
Matematyczne	VLognom
Ogólne	VNoncentralChi2
Operatory	VNoncentralF
Rozkłady	VNoncentralT
Stany przypadków	VNormal
Statystyka	VPareto
	VPrison

VNormal
VNormal(x; mi; sigma)
 Funkcja zmiennej x odwrotna do dystrybuanty rozkładu normalnego, gdzie mi i sigma to parametry położenia i skali.

Długa nazwa (etykieta lub formuła z funkcją): Przewodnik po funkcjach

=-VNormal(p1;0;1)

STATISTICA – Zmodyfikowana karta \bar{X}

Dane: karta zmodyf.* (9 zmn. * 1 prz.)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Rśr	n	USL	LSL	p1	Zp1	sigma	UCL	LCL
1	1,99	5	33	12	0,01				

Przeglądarka funkcji

Kategoria	Funkcja
Finansowe	Pareto
Matematyczne	Poisson
Ogólne	QC_C4
Operatory	QC_D2
Rozkłady	QC_D3
Stany przypadków	Rayl
	RndChi2

QC_D2
QC_D2(x)
Funkcja D2 wykorzystywana w SPC

Zmienna *sigma*

$$\sigma = \bar{R}/d_2$$

Długa nazwa (etykieta lub fomula z funkcją): Przewodnik po funkcjach

=Rśr/QC_D2(n)

Zmienna *UCL*

$$UCL = USL - \left(Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

Długa nazwa (etykieta lub fomula z funkcją): Przewodnik po funkcjach

=USL-(Zp1 - 3/n^0,5)*sigma

Zmienna *LCL*

$$LCL = LSL + \left(Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

Długa nazwa (etykieta lub fomula z funkcją): Przewodnik po funkcjach

=LSL+(Zp1 - 3/n^0,5)*sigma

STATISTICA – Zmodyfikowana karta \bar{X}

X̄sr./R: X̄sr: azot

Zbiory | Eksploracja | Raport
Karty | Specyf. X | Specyf. R/S

Specyfikacje dla karty X

Zbiór << >> Ogół próbek (domyślnie)

Linia centralna: Średnia próbki

Sigma: Obliczona

UCL: $3,0000 \cdot S$

LCL: $-3,0000 \cdot S$

Linie ostrzegawcze: brak

Jeżeli różne n: Użyj oddzielnych

Otwórz specyf. | Zapisz jako...

Linia średniej ruchomej: Nie Tak

Zdolność procesu | Testy konfigur.

Opcje... | Zapisz jako... | Anuluj

Eksploruj... | Aktualizuj

Zabezpiecz

Grupami

Dane: karta zmodyf.* (9 zm. * 1 prz.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
R̄sr	n	USL	LSL	p1	Zp1	sigma	UCL	LCL
33	12	0,01	2,3263	0,8556	32,1575	12,8425		

Górna granica kontrolna: ...

Sigma razy z: z = 3

Wg prawdop. p = ,95

Podana wartość: **32,1575**

Brak

OK | Anuluj

Dolna granica kontrolna: ...

Sigma razy z: z = -3

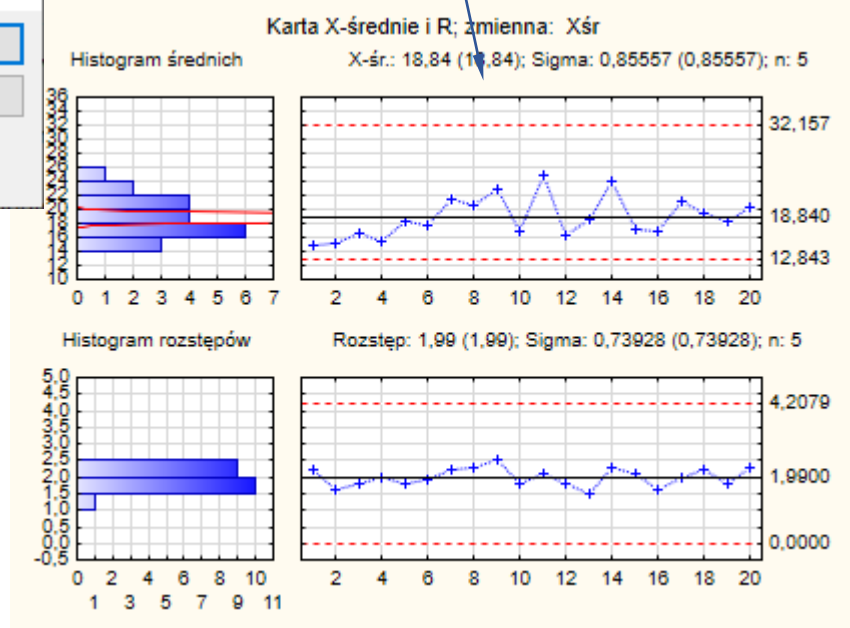
Wg prawdop. p = ,05

Podana wartość: **12,8425**

Brak

OK | Anuluj

proces spełnia przyjęte wymagania

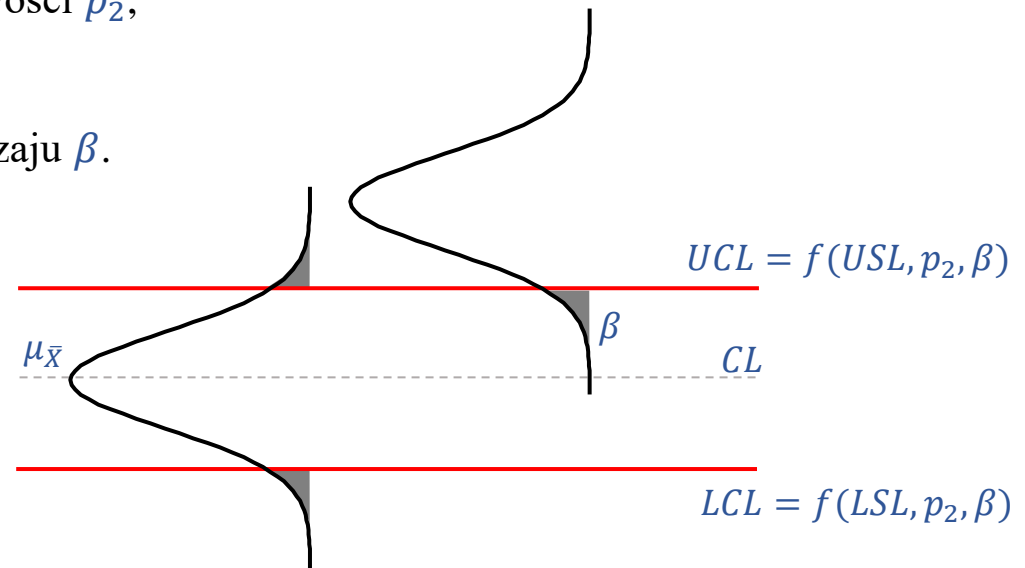


Karta akceptacji procesu

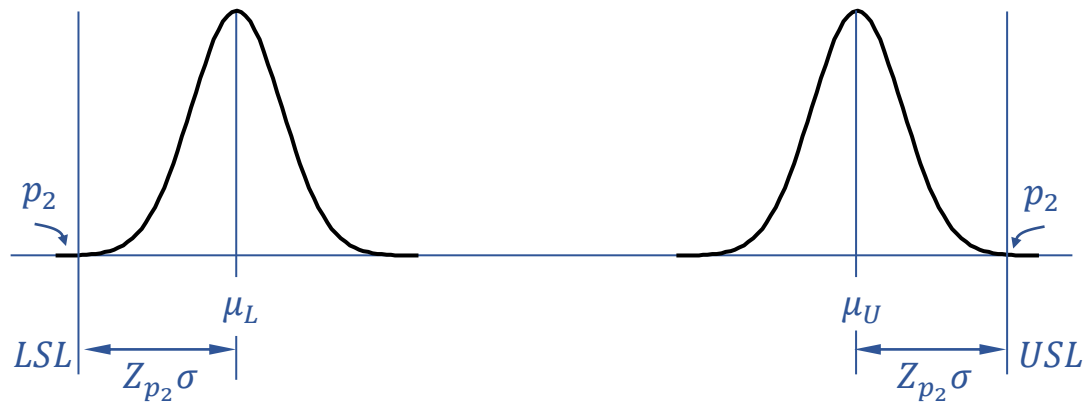
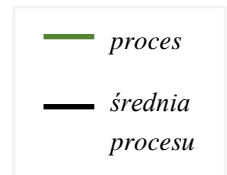
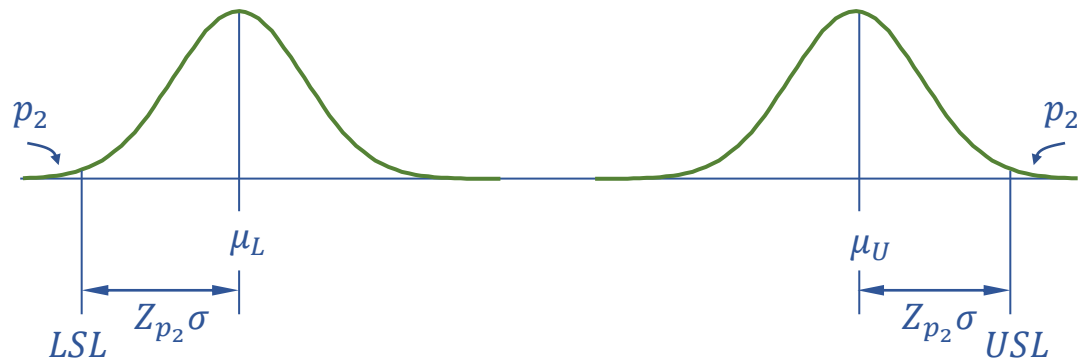
- może być stosowana dla procesów spełniających założenia przyjmowane dla zmodyfikowanej karty \bar{X} ,
- służy do monitorowania proporcji elementów niezgodnych (frakcji braków).

Granice kontrolne karty wyznaczane są na podstawie:

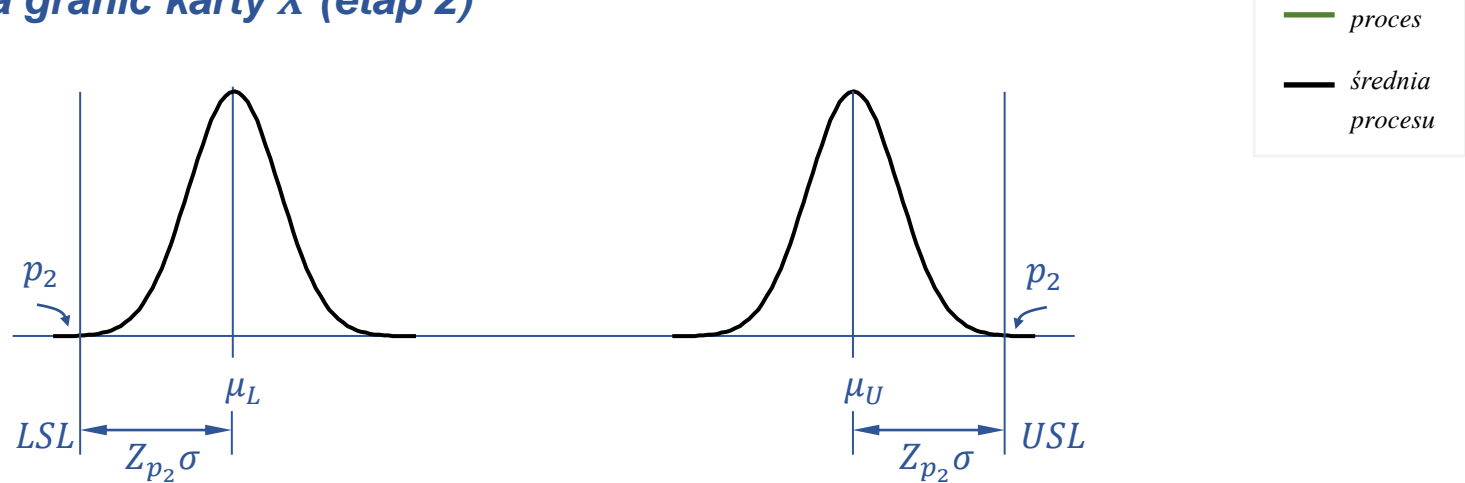
- granic specyfikacji USL i LSL ,
- przyjętej niedopuszczalnej wadliwości p_2 ,
- dopuszczalnego poziomu prawdopodobieństwa błędu II rodzaju β .



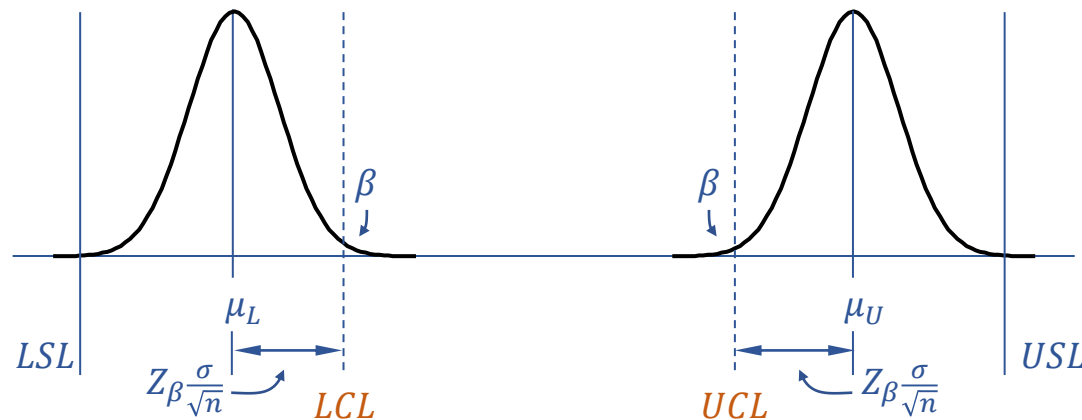
Modyfikacja granic karty \bar{X} (etap 1)



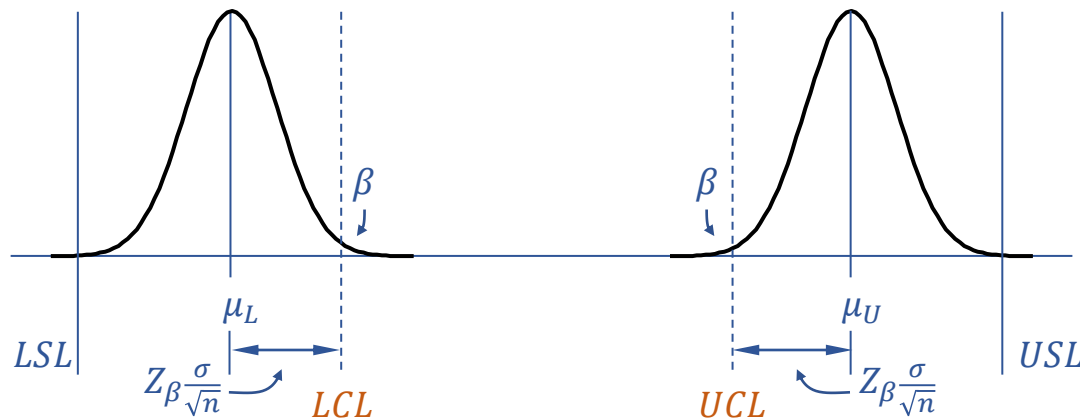
Modyfikacja granic karty \bar{X} (etap 2)



Granice kontrolne karty akceptacji wyznacza się w oparciu o μ_L i μ_U , zakładając błąd II rodzaju β określający prawdopodobieństwo niewykrycia faktu, że proces niespełniania wymogów specyfikacji.



Modyfikacja granic karty \bar{X}



$$\begin{aligned} LCL &= \mu_L + Z_{\beta} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= LSL + Z_{p_2} \sigma + Z_{\beta} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= LSL + \left(Z_{p_2} + \frac{Z_{\beta}}{\sqrt{n}} \right) \sigma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_U - Z_{p_2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= USL - Z_{p_2} \sigma - Z_{\beta} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= USL - \left(Z_{p_2} + \frac{Z_{\beta}}{\sqrt{n}} \right) \sigma \end{aligned}$$

$$LCL = LSL + \left(Z_{p_2} + \frac{Z_{\beta}}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

$$UCL = USL - \left(Z_{p_2} + \frac{Z_{\beta}}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

Przykład 3. cd.

Opracować kartę akceptacji, która pozwoli wykryć niedopuszczalną wadliwość nawozu $p_2 = 3\%$ z prawdopodobieństwem $(1 - \beta) = 0,95$.

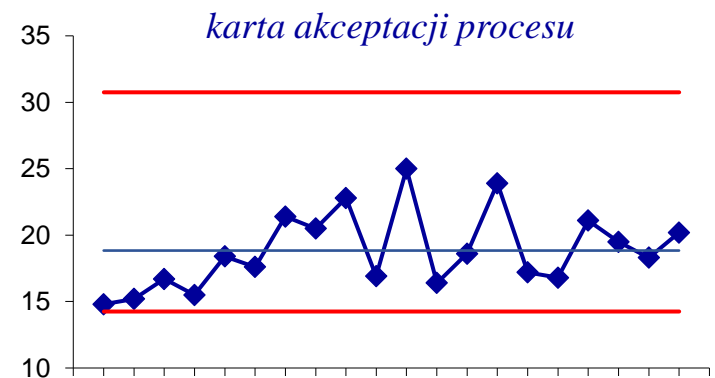
Wartości Z_β i Z_{p_2} (uwzględniając, że $\beta = 0,05$ i $p_2 = 0,03$) wynoszą

$$Z_\beta = -\Phi^{-1}(\beta) \approx 1,65, \quad Z_{p_2} = -\Phi^{-1}(p_2) \approx 1,88,$$

więc granice karty akceptacji wyznacza się jako:

$$\begin{aligned} UCL &= USL - \left(Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma \\ &= 33 - \left(1,88 + \frac{1,65}{\sqrt{5}} \right) 0,86 \\ &\approx 30,76 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL &= LSL + \left(Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma \\ &= 12 + \left(1,88 + \frac{1,65}{\sqrt{5}} \right) 0,86 \\ &\approx 14,24 \end{aligned}$$

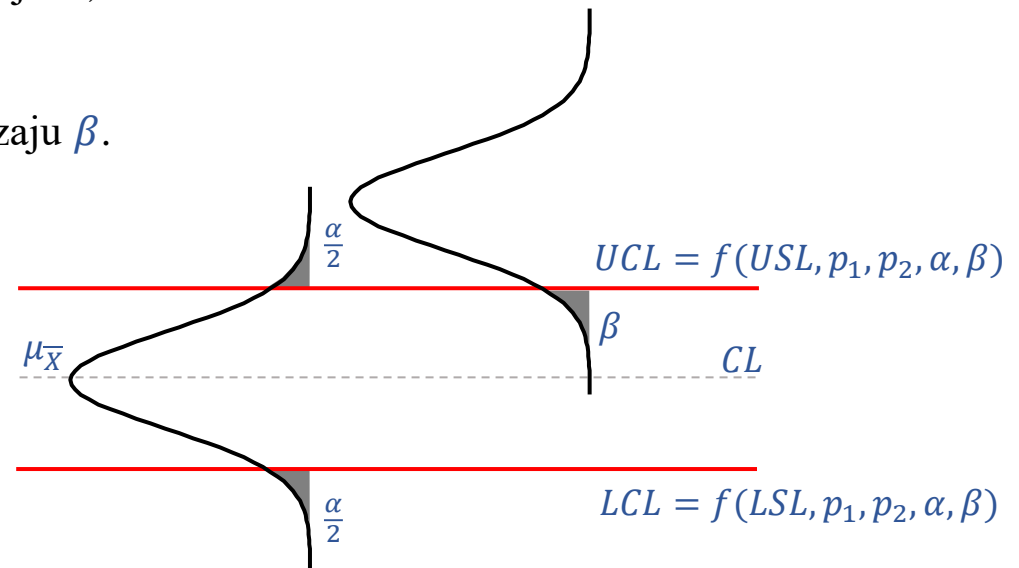


proces spełnia przyjęte wymagania

Karta akceptacji procesu (wersja 2)

Granice kontrolne karty mogą być wyznaczone na podstawie:

- granic specyfikacji USL i LSL ,
- przyjętej dopuszczalnej wadliwości p_1 ,
- przyjętej niedopuszczalnej wadliwości p_2 ,
- dopuszczalnego poziomu prawdopodobieństwa błędu I rodzaju α ,
- dopuszczalnego poziomu prawdopodobieństwa błędu II rodzaju β .



Granice kontrolne karty zmodyfikowanej wynoszą:

$$LCL = LSL + \left(Z_{p_1} - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \right) \sigma, \quad UCL = USL - \left(Z_{p_1} - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \right) \sigma,$$

a karty akceptacji:

$$LCL = LSL + \left(Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma, \quad UCL = USL - \left(Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma.$$

Granice wyznaczone w oparciu o parametry α i p_1 oraz β i p_2 w ogólnym przypadku mają różne wartości. Dobierając liczebność próbki na karcie n można jednak uzyskać jeden zestaw granic kontrolnych. Liczebność n wyznacza się z zależności:

$$Z_{p_1} - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} = Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}}.$$

Po przekształceniach otrzymuje się:

$$n = \left(\frac{Z_\alpha + Z_\beta}{Z_{p_1} - Z_{p_2}} \right)^2.$$

Przykład 3. cd.

Opracować kartę akceptacji, która pozwoli na monitorowanie procesu z zachowaniem założeń przyjętych dla karty zmodyfikowanej ($p_1 = 1\%$, $\alpha = 0,00135$) i karty akceptacji ($p_2 = 3\%$, $\beta = 0,05$).

Wartości Z_α , Z_β , Z_{p_1} i Z_{p_2} wynoszą:

$$Z_\alpha = 3, \quad Z_\beta \approx 1,65, \quad Z_{p_1} \approx 2,33, \quad Z_{p_2} \approx 1,88,$$

więc w celu otrzymania granic kontrolnych karty, liczebność próbki powinna wynosić:

$$\begin{aligned} n &= \left(\frac{Z_\alpha + Z_\beta}{Z_{p_1} - Z_{p_2}} \right)^2 \\ &= \left(\frac{3 + 1,65}{2,33 - 1,88} \right)^2 \\ &\approx 109. \end{aligned}$$