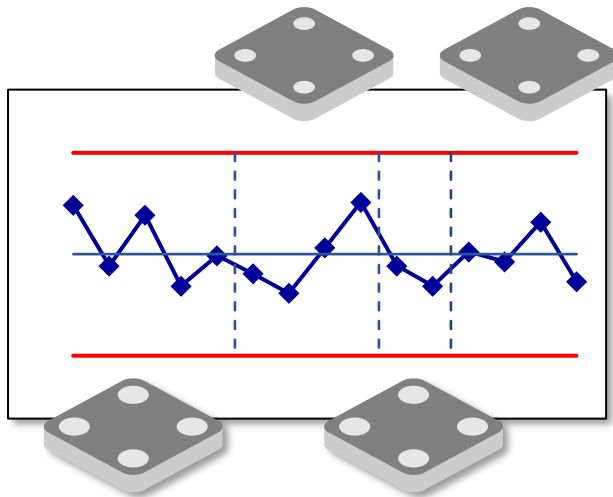


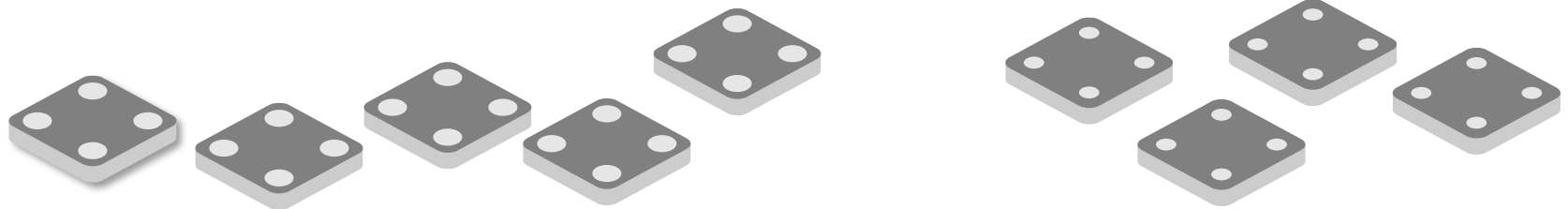
# Sterowanie jakością



**Karty specjalne**  
**Karty dla krótkich serii**  
**Karty akceptacji procesu**

## Krótkie serie

- W przypadku *produkcji krótkoseryjnej* nie jest możliwe zebranie odpowiedniej liczby próbek (20 – 30 próbek) z wynikami opisującymi przebieg procesu produkcji małej partii wyrobów produkowanych w krótkim przebiegu produkcyjnym.
- Odpowiednią liczbę próbek mogą zapewnić wyniki otrzymane z kilku różnych procesów.
- Parametry wyrobów produkowanych w kolejnych seriach mogą się znacząco od siebie różnić – co uniemożliwia *bezpośrednie* wykorzystanie klasycznych kart kontrolnych.
- Klasyczne karty dla cech liczbowych  $\bar{X}$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $MA$ ,  $EWMA$  i karty dla cech dyskretnych  $p$ ,  $np$ ,  $c$ ,  $u$  mogą być wykorzystane po wstępnym przekształceniu danych. Wykorzystywane są transformacje:
  - odchylenie od wartości nominalnej
  - standaryzacja.



# Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

**Karta odchyień od wartości DNOM** (ang. *Deviation from Nominal*) – karta może być stosowana jeżeli zmienność procesu w kolejnych seriach **jest** w przybliżeniu taka sama.

## Wykres postępu

Każdy pomiar przed wykreśleniem na karcie podlega przekształceniu:

$$x'_i = x_i - T_j$$

## Linie kontrolne

Wyznaczane jak przy karcie  $\bar{X}$  ale na podstawie danych przekształconych.

$x_i, x'_i$  to oryginalna i przekształcona wartość  $i$ -tego pomiaru,

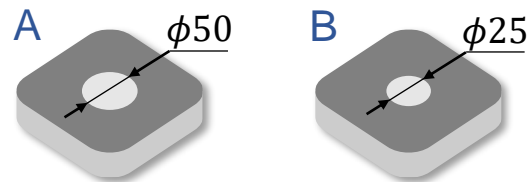
$T_j$  to określona dla  $j$ -tej części wartość:

- nominalna wynikająca ze *specyfikacji* dla tej części (karta nazywana jest kartą nominalną) lub
- *średnia* wyznaczona na podstawie wcześniejszych obserwacji (karta nazywana jest kartą docelową).

# Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

## Przykład 1.\*

W tabeli zestawione zostały wyniki kontroli średnic otworów w częściach: A i B. Przeprowadzone zostały 4 kontrole części A i 6 kontrole części B, za każdym razem mierzone były po 3 części. Należy skonfigurować kartę **DNOM** i ocenić stabilność procesu.



próba	część	detal 1	detal 2	detal 3	$T_j$	odch. 1	odch. 2	odch. 3
1	A	50	51	52	50	0	1	2
2	A	49	50	51	50	-1	0	1
3	A	48	49	52	50	-2	-1	2
4	A	49	53	51	50	-1	3	1
5	B	24	27	26	25	-1	2	1
6	B	25	27	24	25	0	2	-1
7	B	27	26	23	25	2	1	-2
8	B	25	24	23	25	0	-1	-2
9	B	24	25	25	25	-1	0	0
10	B	26	24	25	25	1	-1	0

$$x'_i = x_i - T_j$$

$$T_A = 50$$

$$x'_{21} = 49 - 50 = -1$$

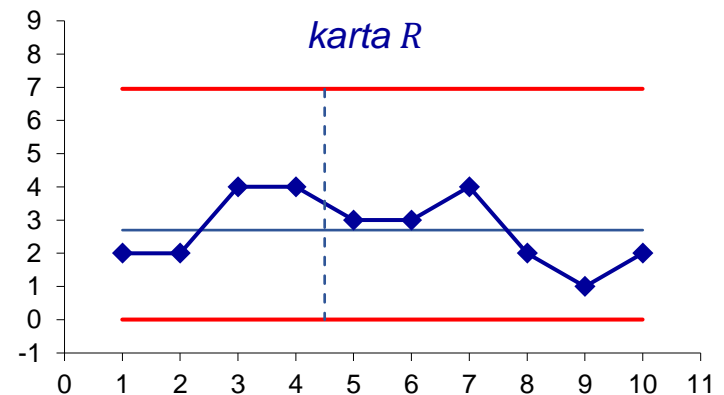
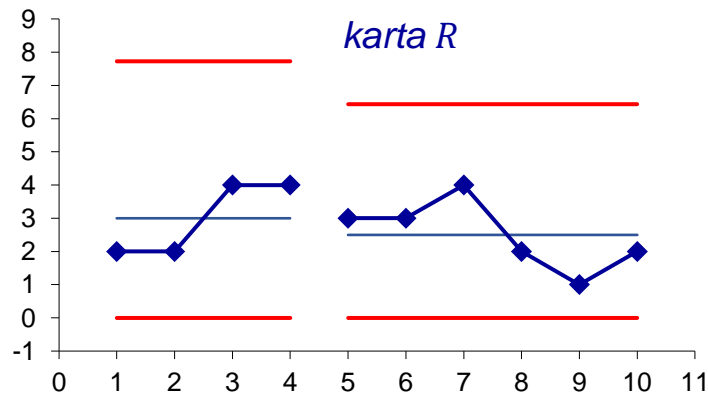
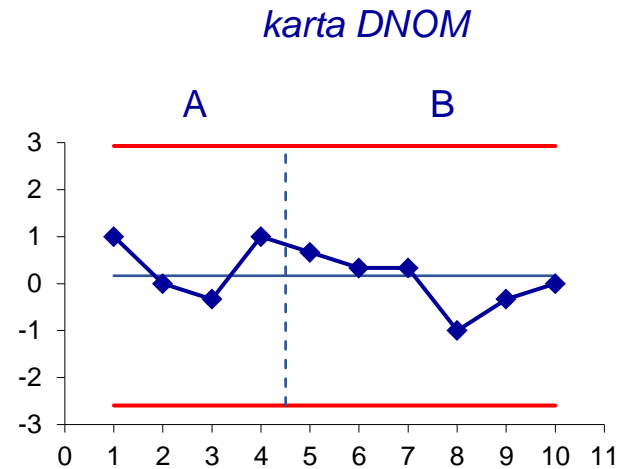
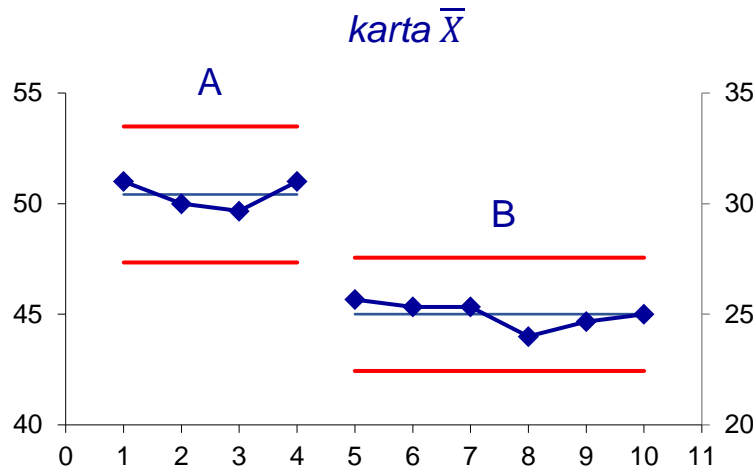
próba 2, detal 1

\*Montgomery D., *Introduction to Statistical Quality Control* – John Wiley & Sons, New York 2009

# Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

## Przykład 1.

Karta **DNOM** w połączeniu z kartą **R** może być wykreślona w oparciu o przekształcone dane z wykorzystaniem zasad dla karty  $\bar{X} - R$ .



# Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

**Standaryzowana karta  $\bar{X}$**  – karta powinna być stosowana jeżeli zmienność procesu w kolejnych seriach **nie jest** w przybliżeniu taka sama.

## Wykres postępu

Każda średnia z próbki przed wykreśleniem na karcie podlega przekształceniu:

$$\bar{x}'_i = \frac{\bar{x}_i - T_j}{\bar{R}_j}$$

## Linie kontrolne

$$CL = 0, \quad UCL = A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}, \quad LCL = -A_2 = -\frac{3}{d_2\sqrt{n}}$$

$\bar{x}_i, \bar{x}'_i$  to oryginalna i przekształcona średnia pomiarów w  $i$ -tej próbce,

$T_j$  to określona dla  $j$ -tej części wartość:

- nominalna wynikająca ze *specyfikacji* lub
- *średnia* wyznaczona na podstawie wcześniejszych obserwacji,

$\bar{R}_j$  to średni rozstęp wyznaczony dla  $j$ -tej części,

$d_2(n), A_2(n)$

to stabilizowane współczynniki (*patrz wykład Klasyczne karty kontrolne*).

# Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

**Standaryzowana karta R** – karta jest stosowana łącznie ze standaryzowaną kartą  $\bar{X}$ .

*Wykres postępu*

Każdy rozstęp z próbki przed wykreśleniem na karcie podlega przekształceniu:

$$R'_i = \frac{R_i}{\bar{R}_j}$$

*Linie kontrolne*

$$CL = 1, \quad UCL = D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2}, \quad LCL = D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2}$$

$R_i, R'_i$  to oryginalny i przekształcony rozstęp w  $i$ -tej próbce,

$\bar{R}_j$  to średni rozstęp wyznaczony dla  $j$ -tej części,

$d_2(n), d_3(n), D_3(n), D_4(n)$

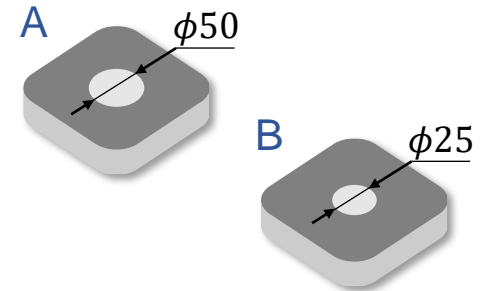
to stabilizowane współczynniki (*patrz wykład Klasyczne karty kontrolne*).

# Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena liczbowa

## Przykład 1. Standaryzowane karty $\bar{X}$ i R

$$\bar{x}'_i = \frac{\bar{x}_i - T_j}{\bar{R}_j}, \quad R'_i = \frac{R_i}{\bar{R}_j}$$

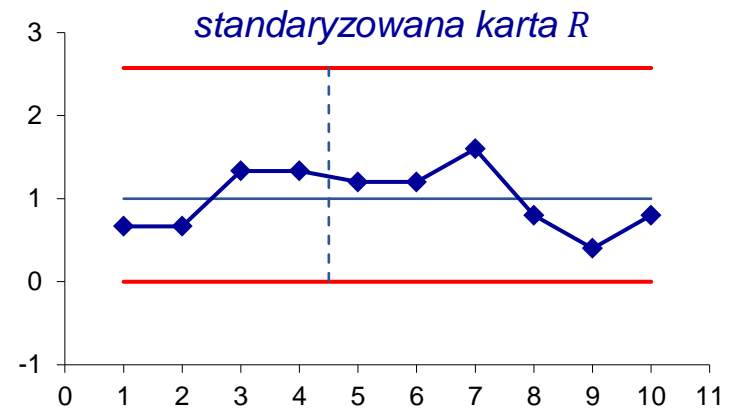
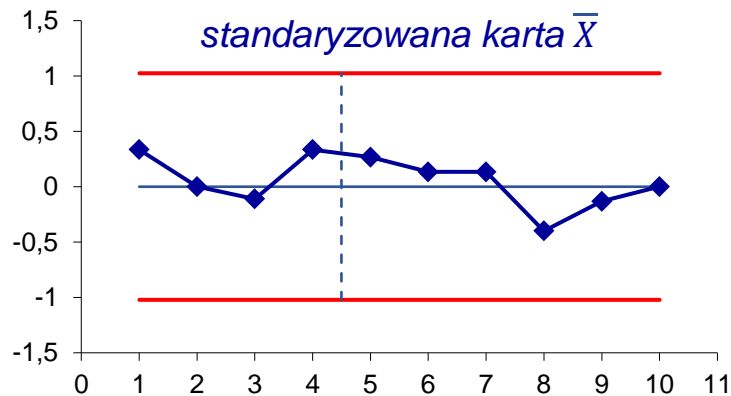
próba	część	detal 1	detal 2	detal 3	$\bar{x}_i$	$R_i$	$T_j$	$\bar{R}_j$	$\bar{x}'_i$	$R'_i$
1	A	50	51	52	51	2	50	3	0,33	0,67
2	A	49	50	51	50	2	50	3	0	0,67
3	A	48	49	52	49,67	4	50	3	-0,11	1,33
4	A	49	53	51	51	4	50	3	0,33	1,33
5	B	24	27	26	25,67	3	25	2,5	0,27	1,2
6	B	25	27	24	25,33	3	25	2,5	0,13	1,2
7	B	27	26	23	25,33	4	25	2,5	0,13	1,6
8	B	25	24	23	24	2	25	2,5	-0,40	0,8
9	B	24	25	25	24,67	1	25	2,5	-0,13	0,4
10	B	26	24	25	25	2	25	2,5	0	0,8



$$T_A = 50, \quad \bar{R}_A = 3,$$

$$\bar{x}_1 = \frac{50+51+52}{3} = 51$$

$$\bar{x}'_1 = \frac{51-50}{3} = \frac{1}{3}$$





# STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

Statistica - wykład09.stw - [karta Xsr]

Statystyka

- Podstawowe
- Edycja
- Widok
- Format
- Statystyka
- Data Mining
- Wykresy
- Narzędzia
- Dane
- Skoroszyt

Statystyki podstawowe, Regresja wieloraka, ANOVA, Nieparametryczne, Podstawowe, Dopasowanie rozkładu, Rozkłady i symulacja, Modele zaawansowane, Wielowymiarowe, Analiza mocy testu, Sieci neuronowe, PLS, PCA, ..., VEPAC, Zaawansowane i wielowymiarowe, Karty kontrolne, Wielowymiarowe, Predykcyjne, Statystyki przemysłowe

Dane: karta Xsr\* (3 zm. \* 30 prz.)

	1 próba	2 część	3 średnica
1	1 A		50
2	1 A		51
3	1 A		52
4	2 A		49
5	2 A		50
6	2 A		51
7	3 A		48
8	3 A		49
9	3 A		52

Karty kontrolne: karta Xsr w wykład09.stw

Otwórz plik ze specyfikacją karty

Podstawowe | Liczbowe | Alternatywne | Aktualizacja

- 6 wykresów z kartami X-średnie i R
- 6 wykresów z kartami X-średnie i S
- 6 wykresów z kartami X i ruchomego R
- Karty X-średnie i R (ocena liczbowa)**
- Karty X-średnie i S (ocena liczbowa)
- Karty średniej ruchomej X-średnie i R
- Karty średniej ruchomej X-średnie i S
- Karty EWMA X-średnie i R
- Karty EWMA X-średnie i S
- Pojedyncze obserwacje i Rozstęp ruchomy
- Karta CUSUM dla pojedynczych obserwacji
- Analiza Pareto

Inne procedury sterowania jakością, jak wskaźniki zdolności procesu (Cp, Cpk, Pp, Ppk...) również dla rozkładów innych niż normalny, plany badań, planowanie doświadczeń (DOE) znajdują się w modułach Analiza procesu i Planowanie doświadczeń.

Otwórz dane

SELECT CASES S 10 W

# STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

Definiowanie zmiennych dla kart X-średnie i R: karta Xsr w wykł... ? X

Podstawowe | Zbiory | Etykiety, przyczyny, działania

Dane są surowe (średnie itp. będą z nich obliczane)  Dane są zagregowane (zawierają średnie itp.)

**Zmienne**

Pomiary (obserwacje): brak

Identyfikatory próbek (kody): brak

Identyfikatory części (kody): brak

Stała liczność próbki: 5

Stała liczba próbek na część: 2

Minimalna liczba pomiarów na próbkę: 2

Anuluj

Opcje

Czytanie danych surowych. Program oczekuje serii wyników pomiarów.

Wybierz zmienne z pomiarami, identyfikatorami próbek i części ? X

1 - próba 2 - część 3 - średnica	1 - próba 2 - część 3 - średnica	1 - próba 2 - część 3 - średnica
--	--	--

Rozwiń Przybliż Rozwiń Przybliż Rozwiń Przybliż

Pomiary: 3    Identyf. próbek (opcja): 1    Identyf. części (opcja): 2

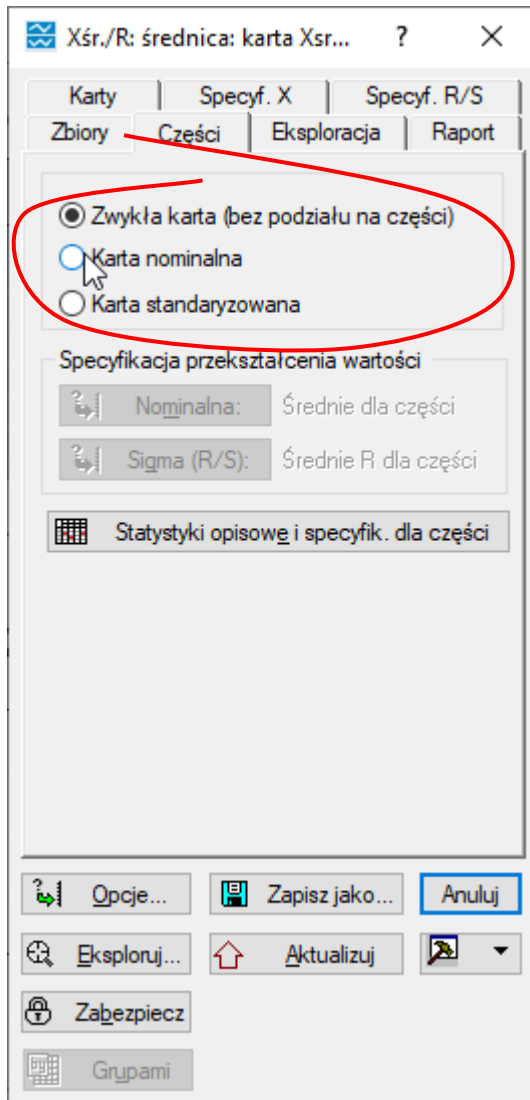
Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali

OK

Anuluj

Włącz opcję "Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali" aby na listach, w zależności od potrzeby, pojawiały się tylko zmienne jakościowe albo ilościowe. Naciśnij F1 aby uzyskać więcej informacji.

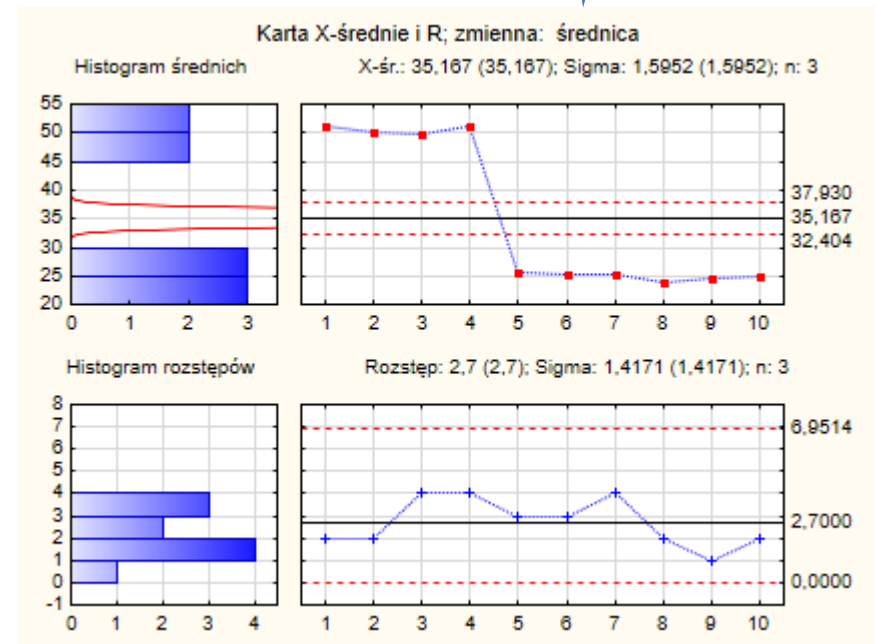
# STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii



dostępne:

- karta klasyczna
- karta DNOM
- karta standaryzowana

domyślnie wykreślana karta klasyczna





# STATISTICA – karta DNOM

Xsr./R: średnica: karta Xsr... ?

Karty | Specyf. X | Specyf. R/S  
Zbiory | Części | Eksploracja | Raport

Zwykła karta (bez podziału na części)  
 Karta nominalna  
 Karta standaryzowana

Specyfikacja przekształcenia wartości

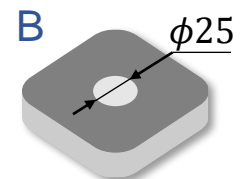
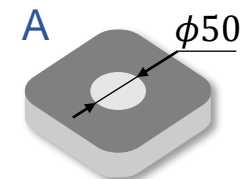
(circled in red)

(with red '1')

Opcje... | Zapisz jako... | Anuluj  
Eksploruj... | Aktualizuj  
Zabezpiecz  
Grupami

Dane: Statystyki opisowe i specyfikacje dla części (karta Xsr w wykład09.stw) (6 zm...)

część	Średnie	Średnia Rozs.	Próbki na część	Pomiary na część	Średnie N na część	Docel. Średnie
A	50,41667	3,000000	4	12	3,000000	50,00000
B	25,00000	2,500000	6	18	3,000000	25,00000



Podaj wartości nominalne dla części ?

A 50.41667  
B 25

OK  
Anuluj

Podaj wartości nominalne dla części ?

A 50  
B 25

OK (circled in red)  
Anuluj

Wspólna wartość  
35.1667  
Zastosuj

# STATISTICA – karty standaryzowane

Xśr./R: średnica: karta Xsr... ?

Karty | Specyf. X | Specyf. R/S  
Zbiory | Części | Eksploracja | Raport

Zwykła karta (bez podziału na części)  
 Karta nominalna  
 Karta standaryzowana

Specyfikacja przekształcenia wartości  
Nominalna: Użytkownika  
Sigma (R/S): Średnie R dla części

1 Statystyki opisowe i specyfik. dla części

Opcje... Zapisz jako... Anuluj  
Eksplonuj... Aktualizuj  
Zabezpiecz  
Grupami

Dane: Statystyki opisowe i specyfikacje dla części (karta Xsr w wykład09.stw) (6 zm...)

1 Statystyki opisowe i specyfikacje dla części (karta Xsr w wykład09.stw)

część	Średnie	Średnia Rozs.	Próbki na część	Pomiary na część	Średnie N na część	Docel. Średnie
A	50,41667	3,000000	4	12	3,000000	50,00000
B	25,00000	2,500000	6	18	3,000000	25,00000

Podaj wartości nominalne dla części ?

A 50,41667 OK  
B 25 Anuluj

Podaj wartości nominalne dla części ?

A 50 OK  
B 25 Anuluj

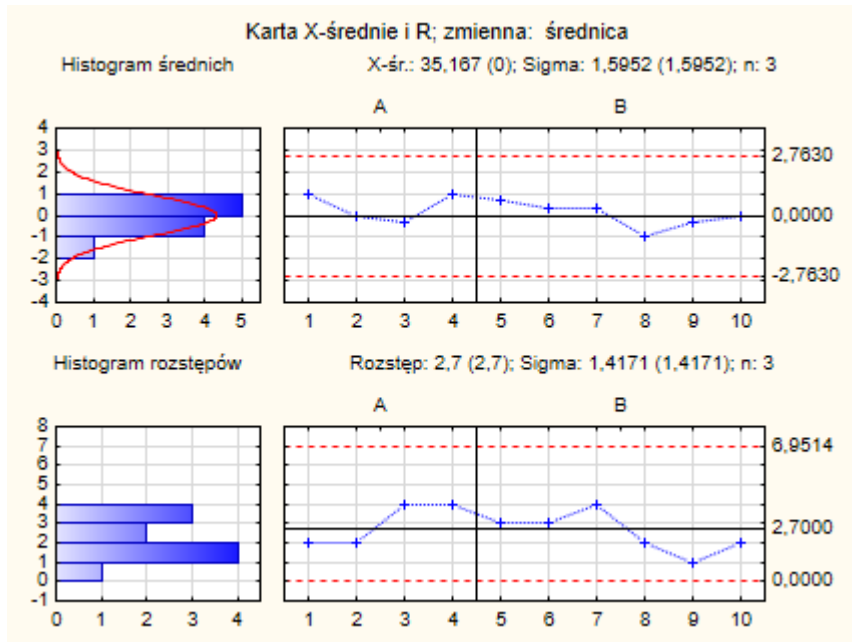
Określ średnie rozstępy dla części ?

A 3 OK  
B 2,5 Anuluj

Wspólna wartość  
2,7  
Zastosuj

# STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

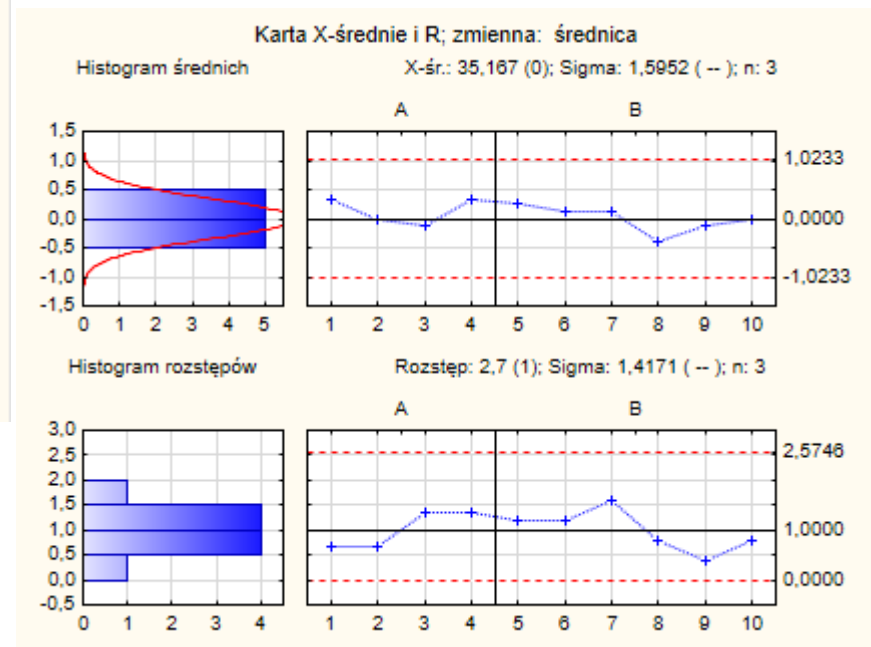
*karta DNOM*



*karta R*



*standaryzowana karta  $\bar{X}$*



*standaryzowana karta R*



# Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena alternatywna

## Wykres postępu

Karta	punkt
$p$	$p'_i = \frac{p_i - \bar{p}_j}{\sqrt{(\bar{p}_j(1-\bar{p}_j))/n_i}}$
$np$	$np'_i = \frac{np_i - n_i\bar{p}_j}{\sqrt{n_i\bar{p}_j(1-\bar{p}_j)}}$

Karta	punkt
$u$	$u'_i = \frac{u_i - \bar{u}_j}{\sqrt{\bar{u}_j/n_i}}$
$c$	$c'_i = \frac{c_i - \bar{c}_j}{\sqrt{\bar{c}_j}}$

## Linie kontrolne

$$CL = 0,$$

$$UCL = L,$$

$$LCL = -L$$

$p_i, u_i, np_i, c_i$  to proporcje i liczby wadliwych i wad w  $i$ -tej próbce,  
 $\bar{p}_j, \bar{u}_j, \bar{c}_j$  to średnie proporcje i liczby wadliwych i wad dla  $j$ -tej części,  
 $n_i$  to liczebność  $i$ -tej próbki,  
 $L$  domyślnie 3



# Karty kontrolne dla krótkich serii – ocena alternatywna

## Przykład 2. (na podstawie \*)

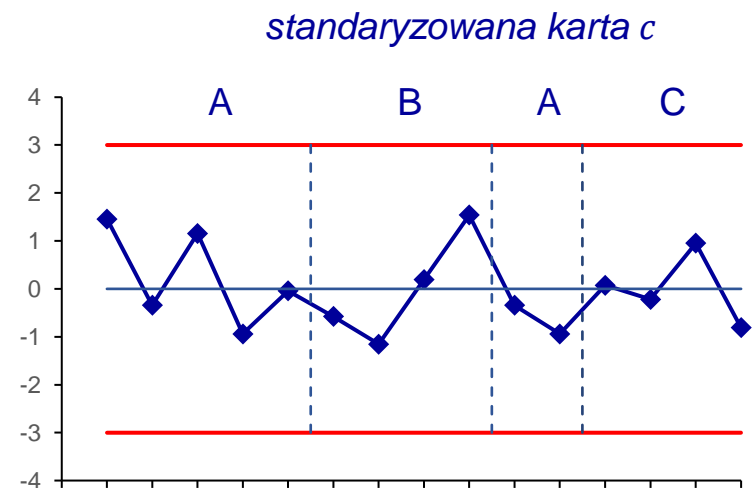
W tabeli zestawione zostały wyniki kontroli liczby wad na płytkach drukowanych typu A, B i C. Skonfigurować kartę  $c$  w oparciu o dane zebrane w 5 kolejnych dniach roboczych.

$i$	dzień	część	$c_i$	$c'_i$	część	$\bar{c}_j$
1	245	A	16	1,46	A	11,14
2		A	10	-0,34	B	27
3		A	15	1,16	C	46,5
4	246	A	8	-0,94		
5		A	11	-0,04		
6		B	24	-0,58		
7		B	21	-1,15		
8	247	B	28	0,19		
9		B	35	1,54		
10		A	10	-0,34		
11	248	A	8	-0,94		
12		C	47	0,07		
13		C	45	-0,22		
14	249	C	53	0,95		
15		C	41	-0,81		

$$\bar{c}_A = \frac{16 + \dots + 8}{7} \approx 11,14$$

$$c'_1 = \frac{16 - 11,14}{\sqrt{11,14}} \approx 1,46$$

$$c'_i = \frac{c_i - \bar{c}_j}{\sqrt{\bar{c}_j}}$$



\*Montgomery D., *Introduction to Statistical Quality Control* – John Wiley & Sons, New York 2009

# STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

Statistica - wykład09.stw - [karta Xsr]

Plik Podstawowe Edycja Widok Format Statystyka Data Mining Wykresy Narzędzia Dane Skoroszyt

Statystyki podstawowe Regresja wieloraka ANOVA Nieparametryczne Dopasowanie rozkładu Rozkłady i symulacja

Modelle zaawansowane Wielowymiarowe Analiza mocy testu Sieci neuronowe PLS, PCA, ... VEPAC Karty kontrolne Wielowymiarowe Predykcyjne

Podstawowe Zaawansowane i wielowymiarowe Statystyki przemysłowe

wykład09.stw - karta c

	1 dzień	2 część	3 wadliwych
1	245	A	16
2	245	A	10
3	245	A	15
4	246	A	8
5	246	A	11
6	246	B	24
7	246	B	21
8	247	B	28
9	247	B	35
10	247	A	10
11	248	A	8
12	248	C	47
13	248	C	45
14	249	C	53
15	249	C	41

karta Xsr karta c

Karty kontrolne: karta Xsr w wykład09.stw

Otwórz plik ze specyfikacją karty

Podstawowe Liczbowe Alternatywne Aktualizacja

- Karta kontrolna C (ocena alternatywna)
- Karta kontrolna U (ocena alternatywna)
- Karta kontrolna Np (ocena alternatywna)
- Karta kontrolna P (ocena alternatywna)
- Analiza Pareto

Inne procedury sterowania jakością, jak wskaźniki zdolności procesu (Cp, Cpk, Pp, Ppk...) również dla rozkładów innych niż normalny, plany badań, planowanie doświadczeń (DOE) znajdują się w modułach Analiza procesu i Planowanie doświadczeń.

Otwórz dane

SELECT CASES S 10 W

# STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

Definiowanie zmiennych dla karty C: karta c w wykład09.stw

Podstawowe | Zbiory | Etykiety, przyczyny, działania

Dane wejściowe to liczby wad lub dane surowe (o jednostkach)

Liczby wad

Dane surowe (zlicz jednostki niezgodne: defekty >0)

Zmienne

Liczby wad: brak

Identyfikatory części (kody): brak

Stała liczba próbek na część: 2

OK

Anuluj

Opcje

Wybierz zmienne z liczbami wad i identyf. części (opcja)

1 - dzień	1 - dzień
2 - część	2 - część
3 - wadliwych	3 - wadliwych

Wszystkie Rozwiń Przybliż

Zmienna z liczbą wad: 3

Identyf. części (opcja): 2

Pokaż tylko zmienne o odpowiedniej skali

OK

Anuluj

Włącz opcję "Pokaż tylko zmienne o odpowiedniej skali" aby na listach, w zależności od potrzeby, pojawiały się tylko zmienne ilościowe albo jakościowe. Naciśnij F1 aby uzyskać więcej informacji.

# STATISTICA – Karty kontrolne dla krótkich serii

C: wadliwych: karta c w ...

Karty | Specyfikacja | Zbiory  
Części | Eksploracja | Raport

Zwykła karta (bez podziału na części)  
 **Karta nominalna**

Specyfikacja przekształcenia wartości  
Nominalna: Średnie dla części

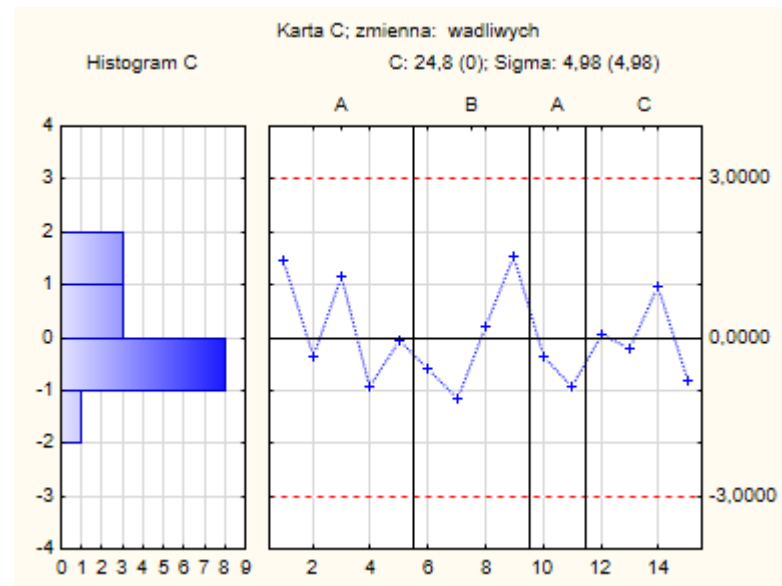
Statystyki opisowe i specyfik. dla części

**1**

Opcje... Zapisz jako... Anuluj  
Eksploruj... Aktualizuj  
Zabezpiecz  
Grupami

Dane: Statystyki opisowe i specyfikacje dla części (karta c w wykład09.stw...)

część	Średnia C	Skumul. (C)	Próbki na część	Pomiary na część	Średnie N na część
A	11,14286	11,14286	7	7	1,000000
B	27,00000	38,14286	4	4	1,000000
C	46,50000	84,64286	4	4	1,000000



## Zmodyfikowana karta $\bar{X}$

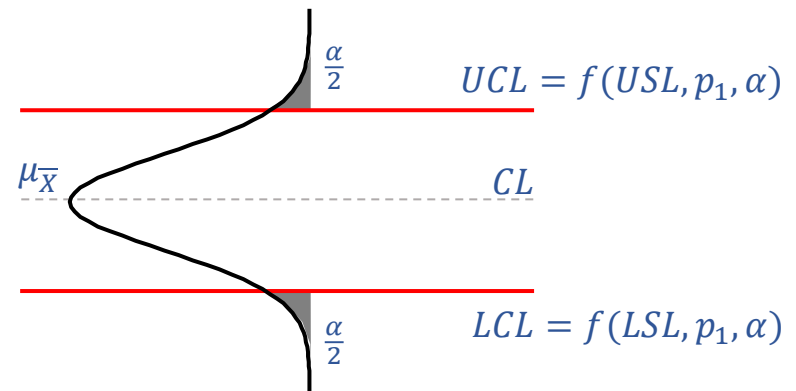
Karta jest stosowana dla procesów o rozkładzie normalnym, których zmienność jest:

- **statystycznie stabilna,**
- **znacząco mniejsza** od zakresu specyfikacji ( $USL$ ,  $LSL$ ), tzn.:

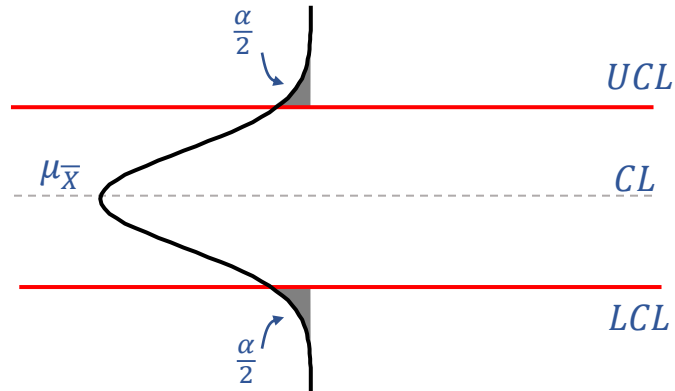
$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \gg 1$$

Granice kontrolne karty wyznaczane są na podstawie:

- granic specyfikacji  $USL$  i  $LSL$ ,
- przyjętej dopuszczalnej wadliwości  $p_1$ ,
- dopuszczalnego poziomu prawdopodobieństwa błędu I rodzaju  $\alpha$ .



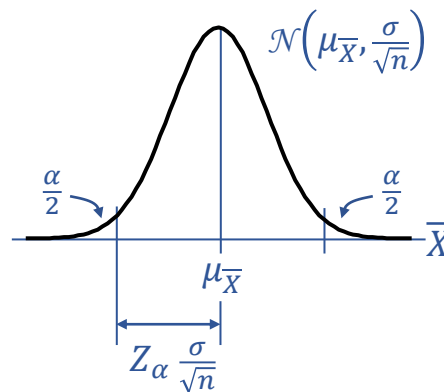
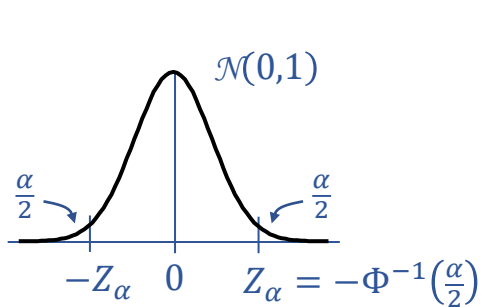
## Granice klasycznej karty $\bar{X}$



$$UCL = \mu_{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}} = \hat{\mu}_X + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

$$CL = \mu_{\bar{X}},$$

$$LCL = \mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$



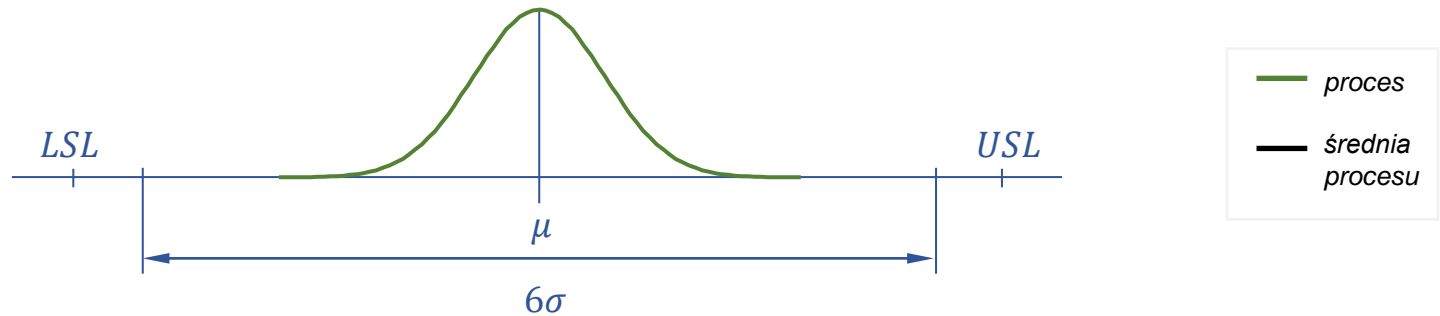
$$Z_\alpha = 3 \Leftrightarrow \alpha = 0,0027$$

$$UCL = \mu_{\bar{X}} + Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

$$LCL = \mu_{\bar{X}} - Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

## Modyfikacja granic karty $\bar{X}$ (etap 1)

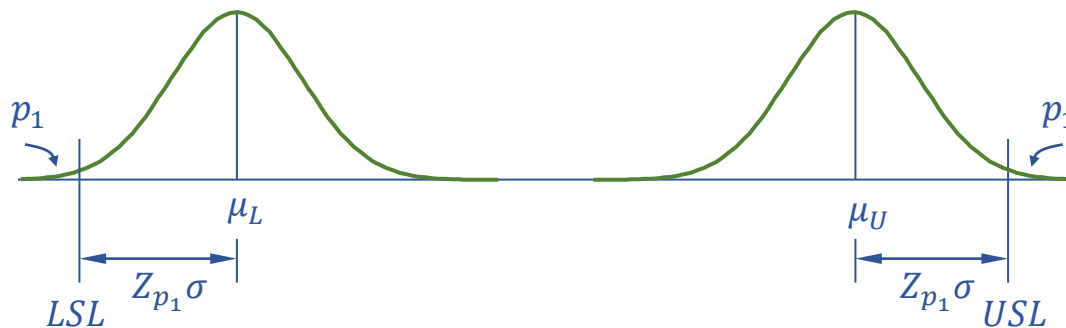
Dla procesu, którego zmienność jest znacząco mniejsza od jego granic specyfikacji



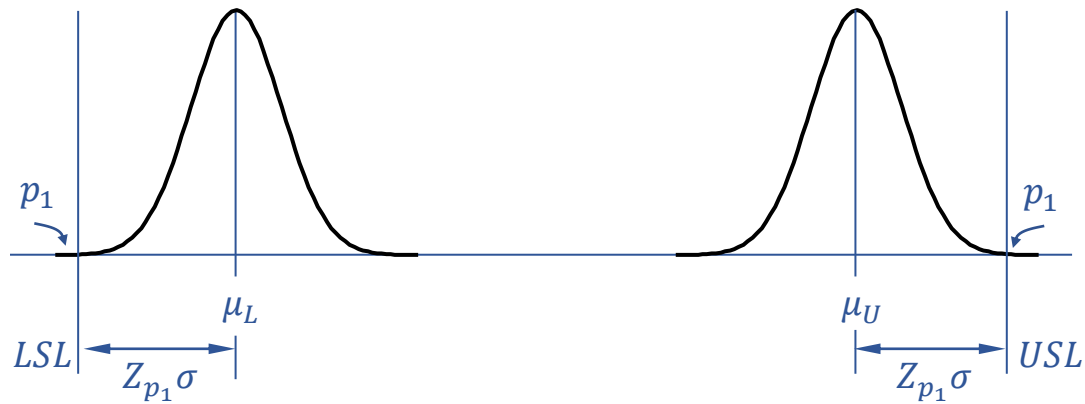
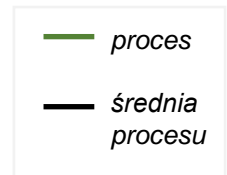
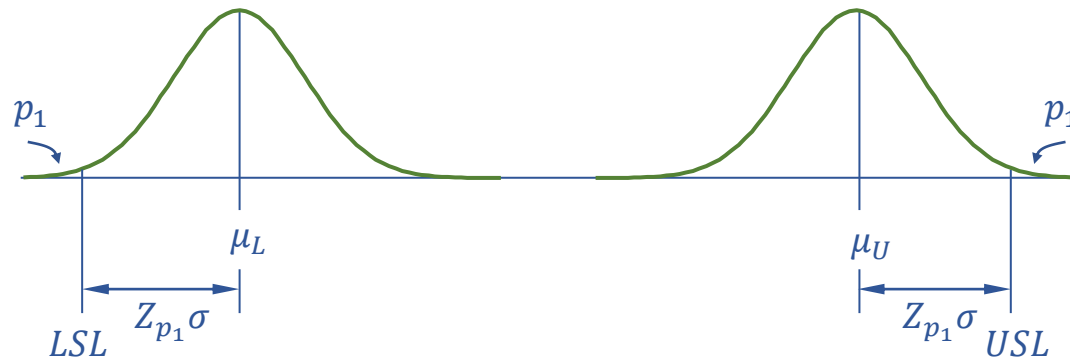
granice kontrolne można ustawić przyjmując założenie, że średnia procesu  $\mu$  może się zmieniać w granicach

$$\mu_L \leq \mu \leq \mu_U$$

ustalonych na podstawie przyjętej **dopuszczalnej wadliwości**  $p_1$ .

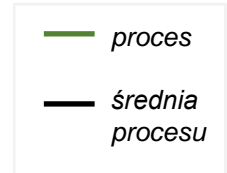
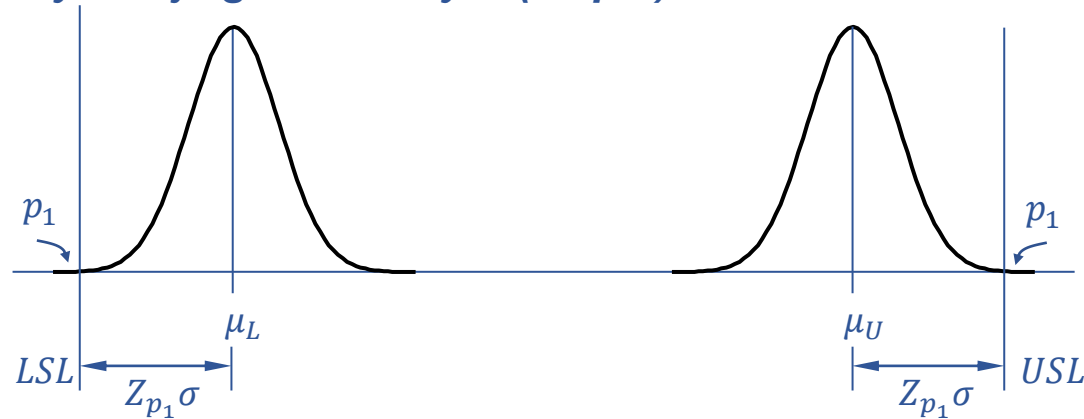


## Modyfikacja granic karty $\bar{X}$ (etap 1)

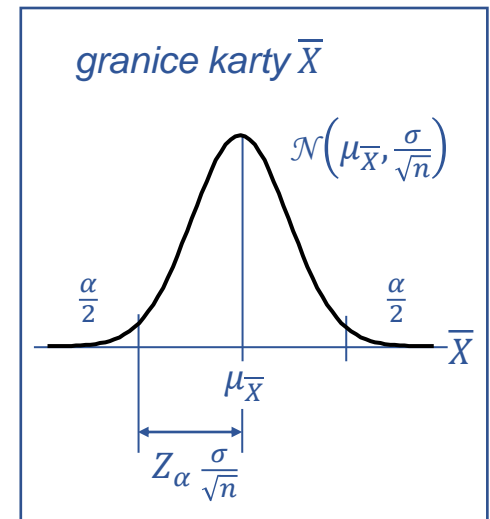
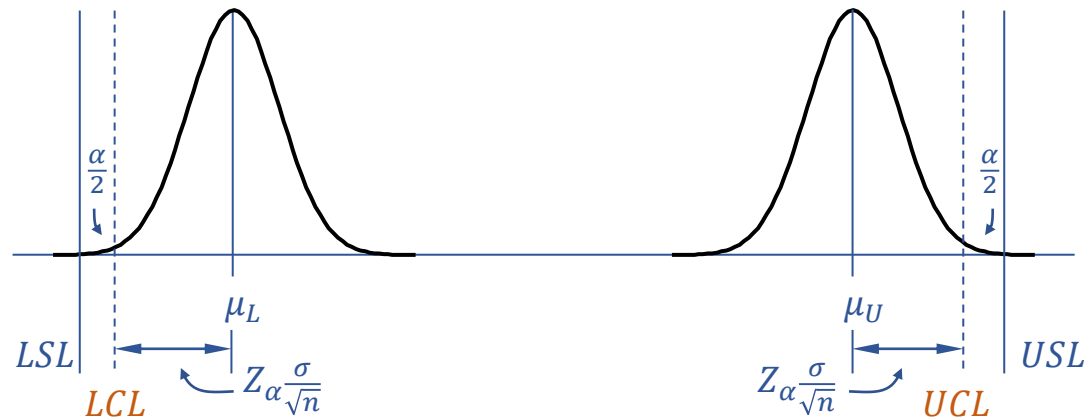




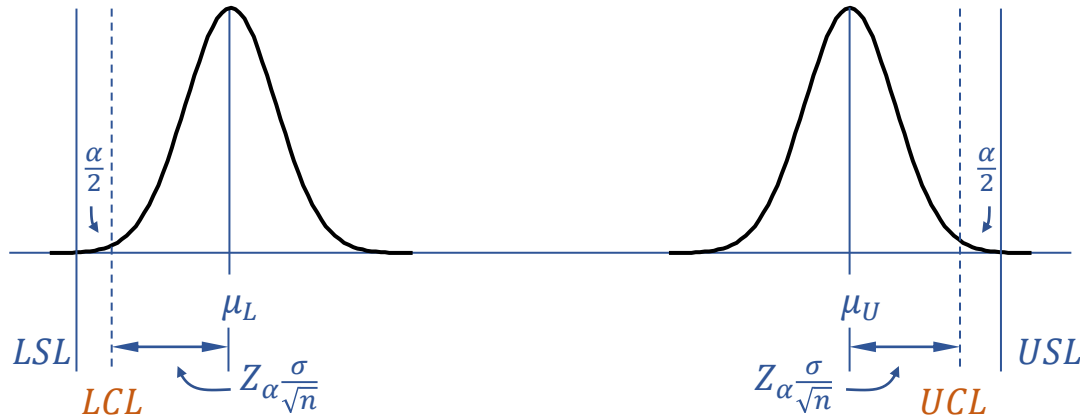
## Modyfikacja granic karty $\bar{X}$ (etap 2)



Granice kontrolne karty zmodyfikowanej wyznacza się w oparciu o dopuszczalne  $\mu_L$  i  $\mu_U$ , zakładając błąd I rodzaju  $\alpha$  określający prawdopodobieństwo pojawiania się fałszywych sygnałów świadczących o niespełnieniu przez proces wymogów specyfikacji.



## Modyfikacja granic karty $\bar{X}$



$$\begin{aligned}LCL &= \mu_L - Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= LSL + Z_{p_1} \sigma - Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= LSL + \left( Z_{p_1} - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \right) \sigma\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}UCL &= \mu_U + Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= USL - Z_{p_1} \sigma + Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= USL - \left( Z_{p_1} - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \right) \sigma\end{aligned}$$

dla  $\alpha = 0,0027$   $Z_\alpha = 3$

$$LCL = LSL + \left( Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

$$UCL = USL - \left( Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

## Przykład 2.\*

Należy zaprojektować kartę  $\bar{X}$  ze zmodyfikowanymi granicami dla procesu o rozkładzie normalnym o  $\mu = 20$  i  $\sigma = 2$  (zakładając że zmienność procesu jest statystycznie stabilna) i granicach specyfikacji:  $LSL = 8$ ,  $USL = 32$ . Należy przyjąć, że liczebność próbki na karcie wynosi  $n = 4$ .

Rozważany proces jest procesem o *poziomie jakości Six Sigma* (*poziom sigma*  $Z = 6$ ) – jego odchylenie standardowe mieści się w przedziale specyfikacji 12 razy, tzn. wskaźnik zdolności osiąga wartość 2 (proces typu Six Sigma  $\Leftrightarrow C_p \geq 2$ ).

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{32 - 8}{12} = 2.$$

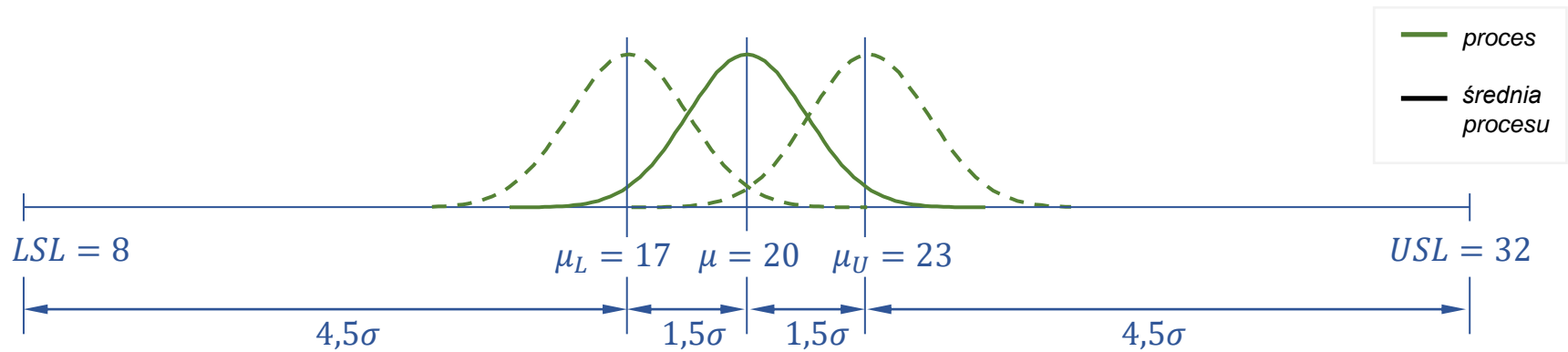
W metodologii **Six Sigma** przyjmuje się, że procesy w okresach długoterminowych mogą się przesuwać o  $\pm 1,5\sigma$ . Zmodyfikowana karta  $\bar{X}$  zostanie zaprojektowana dla założonych zmian średniej, tzn.:

$$\mu_L = \mu - 1,5\sigma = 17$$

$$\mu_U = \mu + 1,5\sigma = 23$$

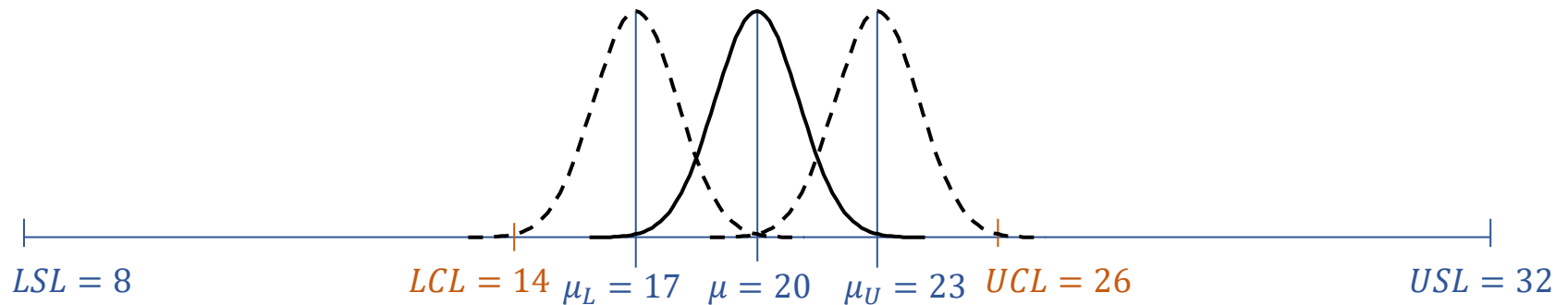
\*Montgomery D., *Introduction to Statistical Quality Control* – John Wiley & Sons, New York 2009

# Zmodyfikowana karta $\bar{X}$



$$\begin{aligned} LCL &= \mu_L - Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= 17 - 3 \frac{2}{\sqrt{4}} \\ &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_U + Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= 23 + 3 \frac{2}{\sqrt{4}} \\ &= 26 \end{aligned}$$



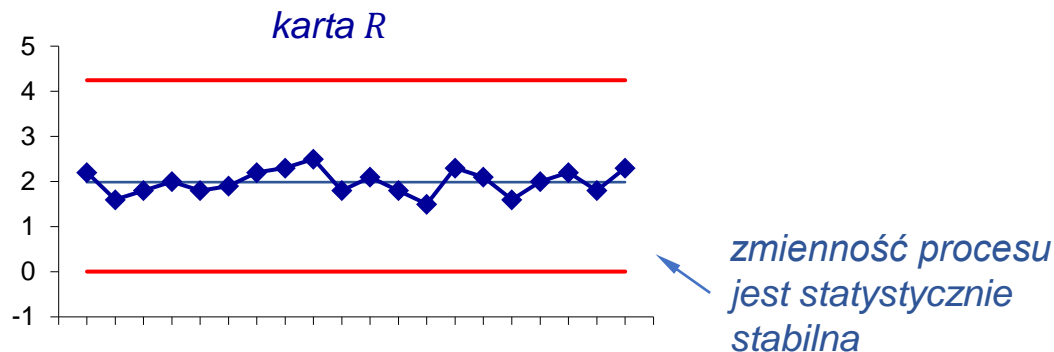
# Zmodyfikowana karta $\bar{X}$

**Przykład 3. (na podstawie \*)** Badano zawartość azotu w nawozie. Pobrano 20 próbek o liczebności  $n = 5$ . Obliczone średnie i rozstępy zostały zebrane w tabeli. Należy zaprojektować kartę  $\bar{X}$  ze zmodyfikowanymi granicami przyjmując, że zgodnie ze specyfikacją zawartość azotu w nawozie powinna mieścić się w przedziale [12%, 33%] i dopuszczalna wadliwość procesu nie może być wyższa niż  $p_1 = 1\%$ .

## Sprawdzanie założeń

W celu zbadania statystycznej stabilności procesu zostanie wykreślona karta  $R$ . Parametry karty wynoszą:

$$\bar{R} = 1,99, \quad UCL = D_4\bar{R} = 2,114 \cdot 1,99 \approx 4,21, \quad LCL = D_3\bar{R} = 0.$$



próba	$\bar{X}$	$R$	próba	$\bar{X}$	$R$
1	14,8	2,2	11	25	2,1
2	15,2	1,6	12	16,4	1,8
3	16,7	1,8	13	18,6	1,5
4	15,5	2,0	14	23,9	2,3
5	18,4	1,8	15	17,2	2,1
6	17,6	1,9	16	16,8	1,6
7	21,4	2,2	17	21,1	2,0
8	20,5	2,3	18	19,5	2,2
9	22,8	2,5	19	18,3	1,8
10	16,9	1,8	20	20,2	2,3

\*Mitra A., *Fundamentals of quality control and improvement* – John Wiley & Sons, 2008

## Sprawdzanie założeń cd.

Odchylenie standardowe procesu można oszacować jako:  $\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{1,99}{2,326} \approx 0,86$ ,  
zdolność  $C_p$  wynosi więc:

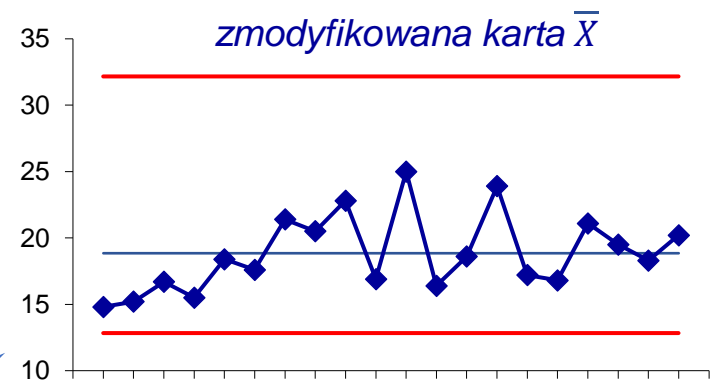
$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{33 - 12}{6 \cdot 0,86} \approx 4,09$$

Zdolność jest więc znacząco większa od 1, proces może być więc analizowany z wykorzystaniem karty zmodyfikowanej.

Wartość  $Z_{p_1}$  (uwzględniając, że  $p_1 = 0,01$ ) wynosi  $Z_{p_1} = -\Phi^{-1}(p_1) \approx 2,33$ , więc granice karty zmodyfikowanej wyznacza się jako:

$$\begin{aligned} UCL &= USL - \left( Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma \\ &= 33 - \left( 2,33 - \frac{3}{\sqrt{5}} \right) 0,86 \\ &\approx 32,16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL &= LSL + \left( Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma \\ &= 12 + \left( 2,33 - \frac{3}{\sqrt{5}} \right) 0,86 \\ &\approx 12,84 \end{aligned}$$



proces spełnia przyjęte wymagania

# STATISTICA – Zmodyfikowana karta $\bar{X}$

Karty kontrolne: karta Xsr w wyklad09.stw

Otwórz plik ze specyfikacją karty

Podstawowe | Liczbowe | Alternatywne | Aktualizacja

- 6 wykresów z kartami X-średnie i R
- 6 wykresów z kartami X-średnie i S
- 6 wykresów z kartami X i ruchomego R
- Karty X-średnie i R (ocena liczbowa)**
- Karty X-średnie i S (ocena liczbowa)
- Karty średniej ruchomej X-średnie i R
- Karty średniej ruchomej X-średnie i S
- Karty EWMA X-średnie i R
- Karty EWMA X-średnie i S
- Pojedyncze obserwacje i Rozstęp ruchomy
- Karta CUSUM dla pojedynczych obserwacji
- Analiza Pareto

Inne procedury sterowania jakością, jak wskaźniki zdolności procesu (Cp, Cpk, Pp, Ppk...) również dla rozkładów innych niż normalny, plany badań, planowanie doświadczeń (DOE) znajdują się w modułach Analiza procesu i Planowanie doświadczeń.

Otwórz dane

SELECT CASES

OK

Anuluj

Opcje

Dane: azot\* (3 zm. \* 20 prz.)

	1 nr	2 Xśr	3 R
1	1	14,8	2,2
2	2	15,2	1,6
3	3	16,7	1,8
4	4	15,5	2
5	5	18,4	1,8
6	6	17,6	1,9
7	7	21,4	2,2
8	8	20,5	2,3
9	9	22,8	2,5
10	10	16,9	1,8
11	11	25	2,1
12	12	16,4	1,8
13	13	18,6	1,5
14	14	23,9	2,3
15	15	17,2	2,1
16	16	16,8	1,6
17	17	21,1	2
18	18	19,5	2,2
19	19	18,3	1,8
20	20	20,2	2,3

# STATISTICA – Zmodyfikowana karta $\bar{X}$

Definiowanie zmiennych dla kart  $\bar{X}$ -średnie i R: azot

Podstawowe | Zbiory | Etykiety, przyczyny, działania

Dane są surowe (średnie itp. będą z nich obliczane)  Dane są zagregowane (zawierają średnie itp.)

Zmienne

Średnie: brak  
Rozstępy: brak  
Liczności próbek (N): brak  
Identyfikatory części (kody): brak

Stała liczność próbki: 5

Stała liczba próbek na część:

Minimalna liczba pomiarów na próbce

OK  
Anuluj  
Opcje

Czytanie danych zagregowanych.  
Program oczekuje średnich, rozstępów lub odchyień standardowych i, opcjonalnie, licznosci próbek. Jeden przypadek to jedna próbka. Statystyki

Wybierz zmienne ze średnimi, rozstępami i licznosciami próbek

1 - nr 2 - Xśr 3 - R	1 - nr 2 - Xśr 3 - R	1 - nr 2 - Xśr 3 - R	1 - nr 2 - Xśr 3 - R
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

Rozwiń Przybliż Rozwiń Przybliż Rozwiń Przybliż Rozwiń Przybliż

Średnie: 2      Rozstępy: 3      Licznosci próbek:      Identyf. części (opcja):

Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali

OK  
Anuluj

Włącz opcję "Pokazuj tylko zmienne o odpowiedniej skali" aby na listach, w zależności od potrzeby, pojawiały się tylko zmienne jakościowe albo ilościowe. Naciśnij F1 aby uzyskać więcej informacji.



# STATISTICA – Zmodyfikowana karta $\bar{X}$

Xśr./R: Xśr: azot

Zbiory | Eksploracja | Raport  
Karty | Specyf. X | Specyf. R/S

Specyfikacje dla karty X

Zbiór << >> Ogół próbek (domyślny)

Linia centralna: Średnia procesu

Sigma: Obliczona

UCL:  $3.0000 \cdot S$  } granice  
LCL:  $-3.0000 \cdot S$  } karty  $\bar{X}$

Linie ostrzegawcze: brak

Jeżeli różne n: Użyj oddzielnych granic

Otwórz specyf. | Zapisz specyf...

Linia średniej ruchomej:  Nie  Tak

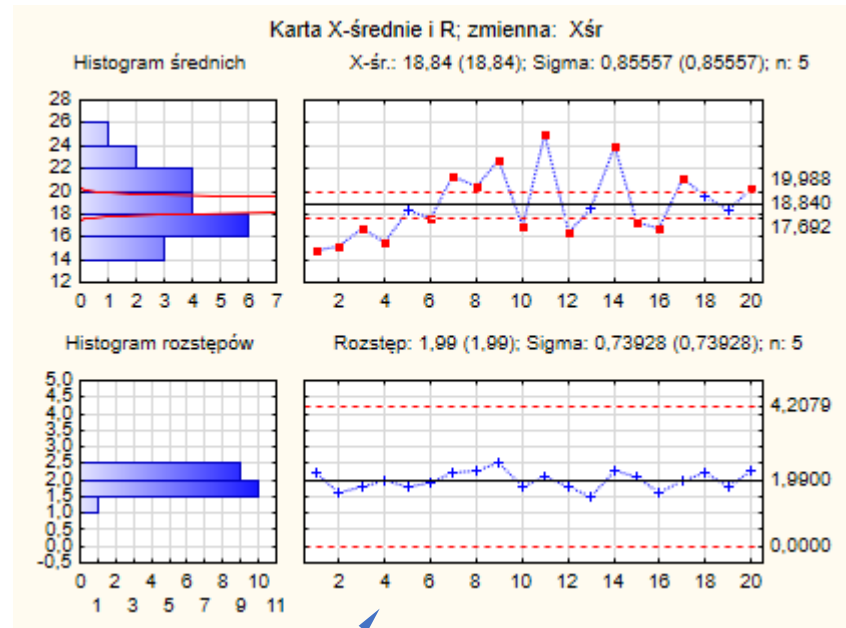
Zdolność procesu | Testy konfigur.

Opcje... | Zapisz jako... | Anuluj

Eksploruj... | Aktualizuj

Zabezpiecz

Grupami



*zmienność procesu jest statystycznie stabilna*

# STATISTICA – Zmodyfikowana karta $\bar{X}$

Statystyki podstawowe i tabele: karta zmodyf. w wykł... ? X


Podstawowe

- Statystyki opisowe
- Macierze korelacji
- Test t dla prób niezależnych (wzgl. grup)
- Test t dla prób niezależnych (wzgl. zmn.)
- Test t dla prób zależnych
- Test t dla pojedynczej próby
- Przekroje, prosta ANOVA
- Przekroje uproszczone
- Tabele licznosci
- Tabele wielodzielcze
- Tabele wielokrotnych odpowiedzi
- Inne testy istotności
- Kalkulator prawdopodobieństwa**

**Kalkulator prawdopodobieństwa** ? X

Rozkład

- Beta
- Dwumianowy
- Cauchy'ego
- Chi<sup>2</sup>
- Wykładniczy
- Wart. ekstremalne
- F (Fishera)
- Gamma
- Hipergeometryczny
- Laplace'a
- Lognormalny
- Logistyczny
- Pareto
- Poisson
- Rayleigha
- t (Studenta)
- Weibulla
- Z (Normalny)**

Oblicz X z p  Wyślij do raportu  **Oblicz**

Obustronne  Utwórz wykres **Koniec**

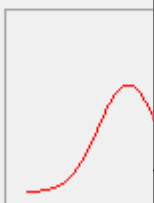
(1-p)

X:  średnia:  0

p:  0.01 odch.std.:  1

Stałe skalowanie


Funkcja gęstości



**Kalkulator prawdopodobieństwa** ? X

Rozkład

- Beta
- Dwumianowy
- Cauchy'ego
- Chi<sup>2</sup>
- Wykładniczy
- Wart. ekstremalne
- F (Fishera)
- Gamma
- Hipergeometryczny
- Laplace'a
- Lognormalny
- Logistyczny
- Pareto
- Poisson
- Rayleigha
- t (Studenta)
- Weibulla
- Z (Normalny)**

Oblicz X z p  Wyślij do raportu  **Oblicz**

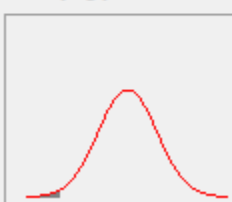
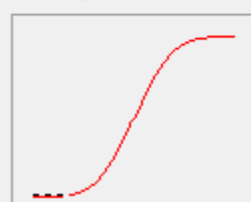
Obustronne  Utwórz wykres **Koniec**

(1-p)

X:  -2.326348 średnia:  0

p:  0.01 odch.std.:  1

Stałe skalowanie

Funkcja gęstości:  Prawdopodobieństwo: 

$$UCL = USL - \left( Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

$$LCL = LSL + \left( Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

$$Z_{p_1} = -\Phi^{-1}(p_1 = 0,01) \approx 2,33$$

# STATISTICA – Zmodyfikowana karta $\bar{X}$

Dane: karta zmodyf.\* (9 zmn. \* 1 prz.)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Rśr	n	USL	LSL	p1	Zp1	sigma	UCL	LCL
1	1,99	5	33	12	0,01				

Do wyznaczenia granic *UCL* i *LCL* można wykorzystać arkusz pomocniczy

Zmienna 6

Nazwa: **Zp1** Typ: Podw. precyzji OK

Skala pomiarowa: Automatyczny Długość: 8 Anuluj

Wyłączona  Etykieta  Stany przyp. Kod BD: -999999998

Format wyświetlania

Miejsz po przec: 4

Wszystkie specyfikacje

Etykiety tekstowe...

Wartości, statystyki...

Właściwości...

[Zestawy]...

Długa nazwa (etykieta lub formuła z funkcją):  Przewodnik

$$Z_{p_1} = -\Phi^{-1}(p_1 = 0,01)$$

Przeglądarka funkcji

Kategoria	Funkcja
Matematyczne	VLognom
Ogólne	VNoncentralChi2
Operatory	VNoncentralF
Rozkłady	VNoncentralT
Stany przypadków	<b>VNormal</b>
Statystyka	VPareto
	VPrison

VNormal  
**VNormal(x; mi; sigma)**  
 Funkcja zmiennej x odwrotna do dystrybuanty rozkładu normalnego, gdzie mi i sigma to parametry położenia i skali.

Długa nazwa (etykieta lub formuła z funkcją):  Przewodnik po funkcjach

# STATISTICA – Zmodyfikowana karta $\bar{X}$

Dane: karta zmodyf.\* (9 zmn. \* 1 prz.)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Rśr	n	USL	LSL	p1	Zp1	sigma	UCL	LCL
1	1,99	5	33	12	0,01				

Przeglądarka funkcji

Kategoria	Funkcja
Finansowe	Pareto
Matematyczne	Poisson
Ogólne	QC_C4
Operatory	<b>QC_D2</b>
Rozkłady	QC_D3
Stany przegradek	Rayl
	RadChi2

QC\_D2  
QC\_D2(x)  
Funkcja D2 wykorzystywana w SPC

Zmienna **sigma**

$$\sigma = \bar{R}/d_2$$

Długa nazwa (etykieta lub fomula z funkcją):  Przewodnik po funkcjach

=Rśr/QC\_D2(n)

Zmienna **UCL**

$$UCL = USL - \left( Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

Długa nazwa (etykieta lub fomula z funkcją):  Przewodnik po funkcjach

=USL-(Zp1 - 3/n^0,5)\*sigma

Zmienna **LCL**

$$LCL = LSL + \left( Z_{p_1} - \frac{3}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

Długa nazwa (etykieta lub fomula z funkcją):  Przewodnik po funkcjach

=LSL+(Zp1 - 3/n^0,5)\*sigma

# STATISTICA – Zmodyfikowana karta $\bar{X}$

X̄s./R: X̄s: azot

Zbiory | Eksploracja | Raport  
Karty | Specyf. X | Specyf. R/S

Specyfikacje dla karty X

Zbiór << >> Ogół próbek (domyślnie)

Linia centralna: Średnia próbki

Sigma: Obliczona

**UCL:  $3,0000 \cdot S$**

**LCL:  $-3,0000 \cdot S$**

Linie ostrzegawcze: brak

Jeżeli różne n: Użyj oddzielnych

Otwórz specyf. | Zapisz specyf.

Linia średniej ruchomej:  Nie  Tak

Zdolność procesu | Testy konfigur.

Opcje... | Zapisz jako... | Anuluj

Eksploruj... | Aktualizuj

Zabezpiecz

Grupami

Dane: karta zmodyf.\* (9 zm. \* 1 prz.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rśr	n	USL	LSL	p1	Zp1	sigma	UCL	LCL
33	12	0,01	2,3263	0,8556	32,1575	12,8425		

Górna granica kontrolna: ...

Sigma razy z: z = 3

Wg prawdop. p = ,95

Podana wartość: **32,1575**

Brak

OK | Anuluj

Dolna granica kontrolna: ...

Sigma razy z: z = -3

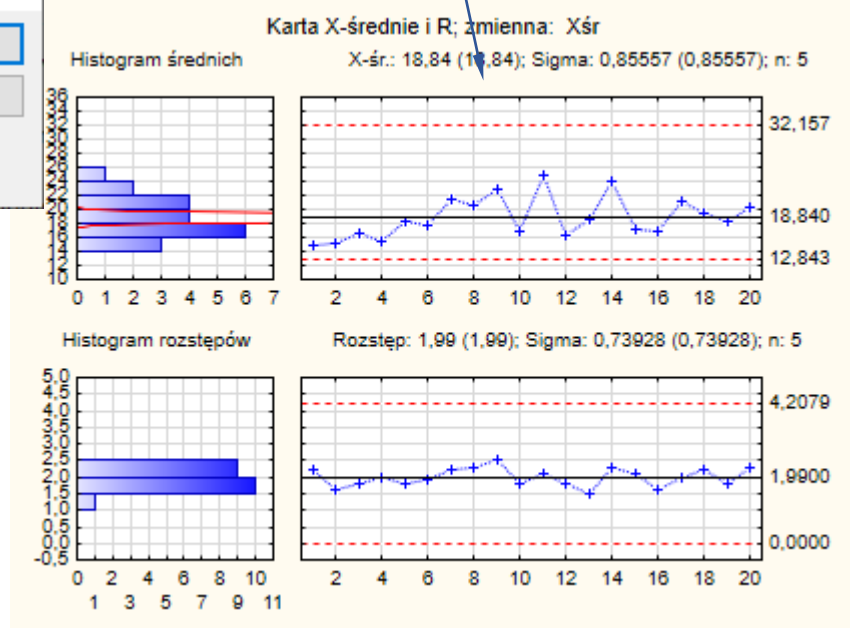
Wg prawdop. p = ,05

Podana wartość: **12,8425**

Brak

OK | Anuluj

*proces spełnia przyjęte wymagania*

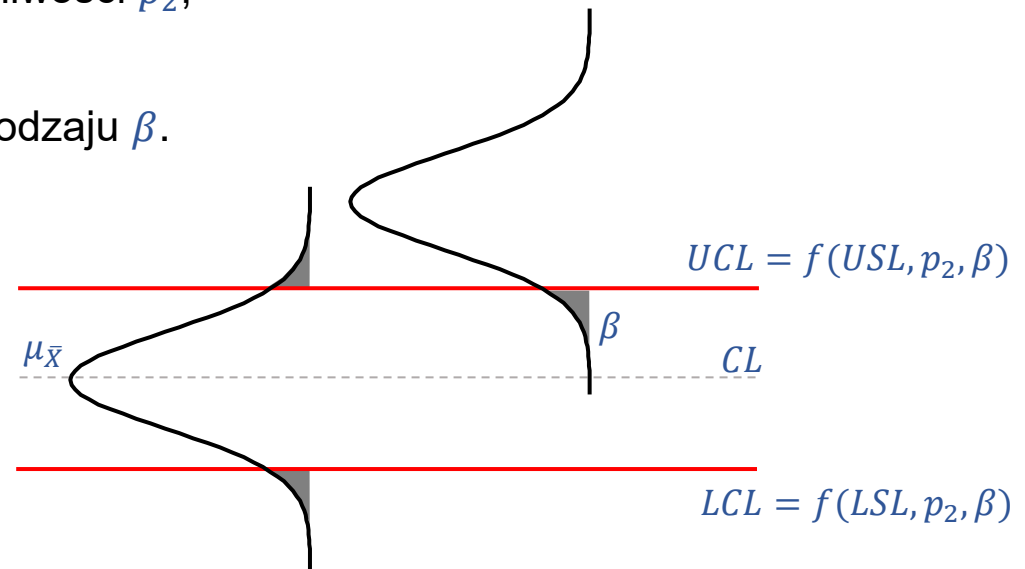


## Karta akceptacji procesu

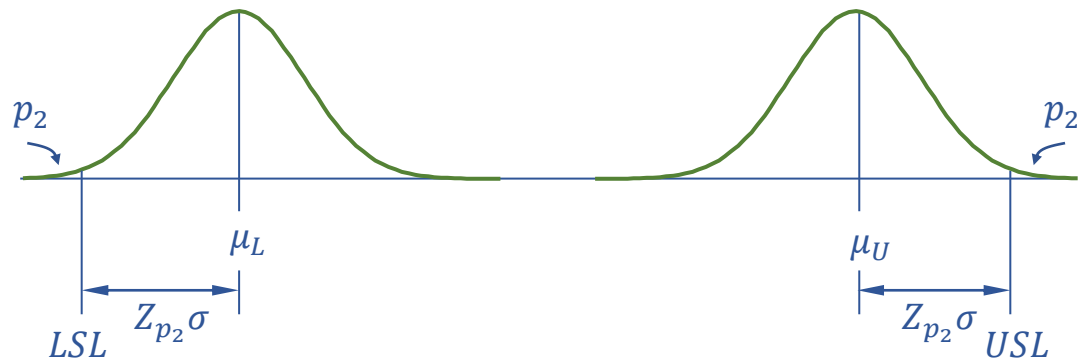
- może być stosowana dla procesów spełniających założenia przyjmowane dla zmodyfikowanej karty  $\bar{X}$ ,
- służy do monitorowania proporcji elementów niezgodnych (frakcji braków).

Granice kontrolne karty wyznaczane są na podstawie:

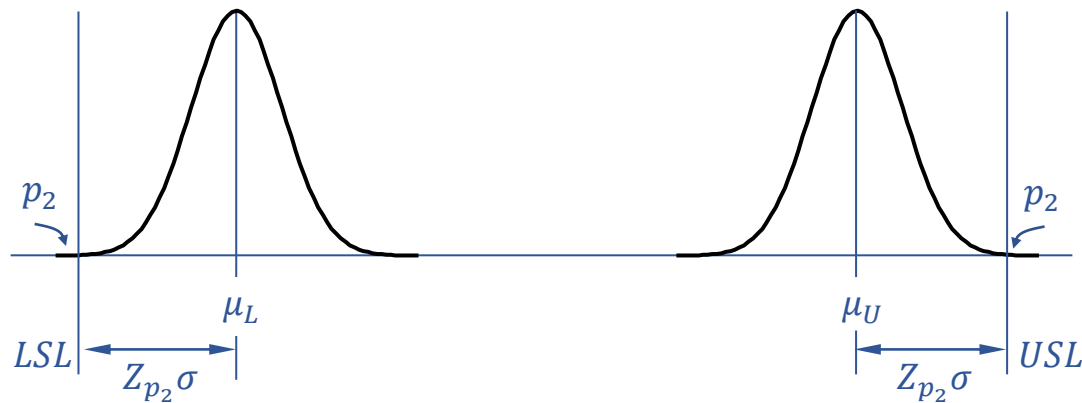
- granic specyfikacji  $USL$  i  $LSL$ ,
- przyjętej niedopuszczalnej wadliwości  $p_2$ ,
- dopuszczalnego poziomu prawdopodobieństwa błędu II rodzaju  $\beta$ .



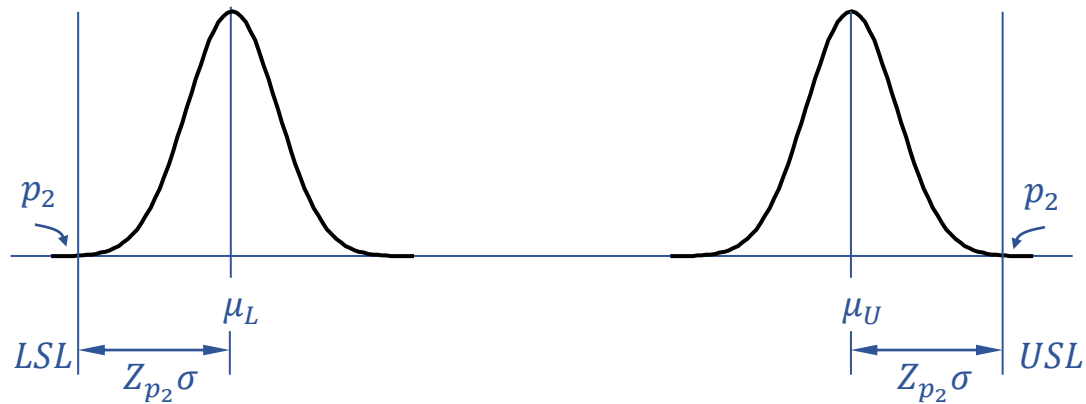
## Modyfikacja granic karty $\bar{X}$ (etap 1)



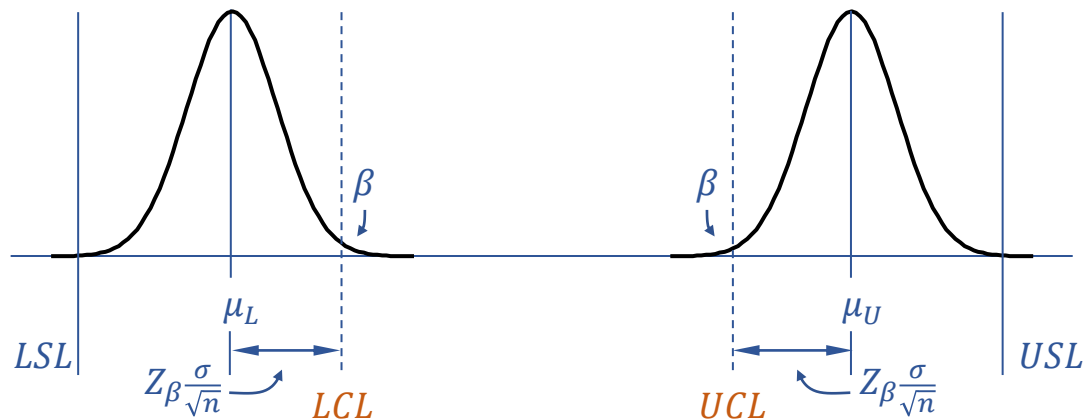
— proces  
— średnia procesu



## Modyfikacja granic karty $\bar{X}$ (etap 2)

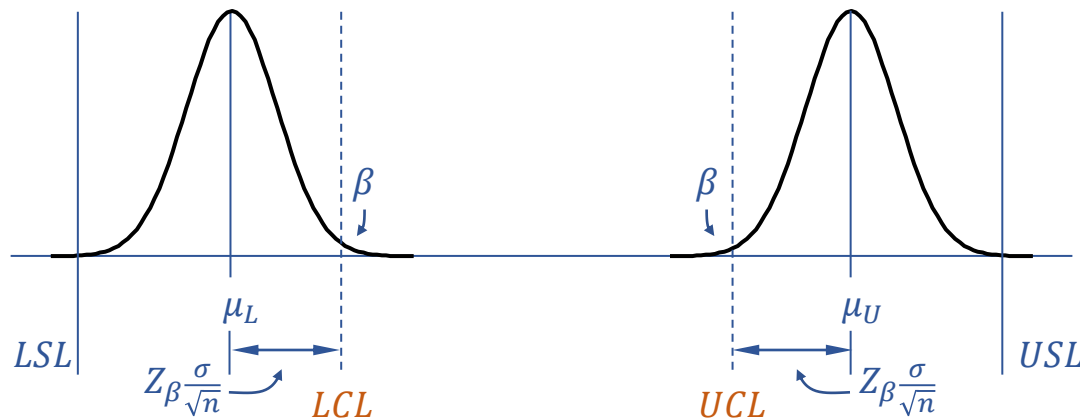


Granice kontrolne karty akceptacji wyznacza się w oparciu o  $\mu_L$  i  $\mu_U$ , zakładając błąd II rodzaju  $\beta$  określający prawdopodobieństwo niewykrycia faktu, że proces niespełniania wymogów specyfikacji.





## Modyfikacja granic karty $\bar{X}$



$$\begin{aligned} LCL &= \mu_L + Z_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= LSL + Z_{p_2} \sigma + Z_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= LSL + \left( Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_U - Z_{p_2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= USL - Z_{p_2} \sigma - Z_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= USL - \left( Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma \end{aligned}$$

$$LCL = LSL + \left( Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

$$UCL = USL - \left( Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma$$

## Przykład 3. cd.

Opracować kartę akceptacji, która pozwoli wykryć niedopuszczalną wadliwość nawozu  $p_2 = 3\%$  z prawdopodobieństwem  $(1 - \beta) = 0,95$ .

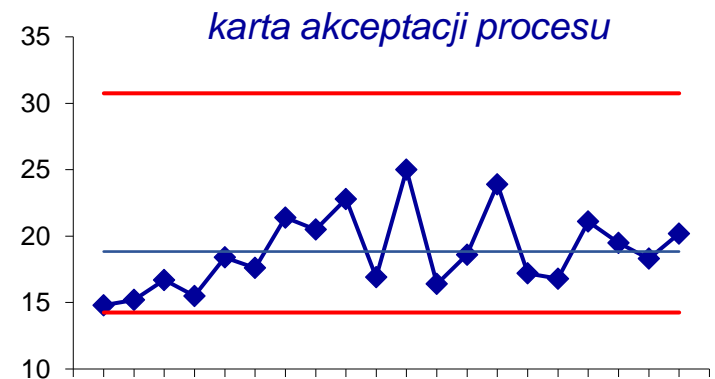
Wartości  $Z_\beta$  i  $Z_{p_2}$  (uwzględniając, że  $\beta = 0,05$  i  $p_2 = 0,03$ ) wynoszą

$$Z_\beta = -\Phi^{-1}(\beta) \approx 1,65, \quad Z_{p_2} = -\Phi^{-1}(p_2) \approx 1,88,$$

więc granice karty akceptacji wyznacza się jako:

$$\begin{aligned} UCL &= USL - \left( Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma \\ &= 33 - \left( 1,88 + \frac{1,65}{\sqrt{5}} \right) 0,86 \\ &\approx 30,76 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL &= LSL + \left( Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma \\ &= 12 + \left( 1,88 + \frac{1,65}{\sqrt{5}} \right) 0,86 \\ &\approx 14,24 \end{aligned}$$

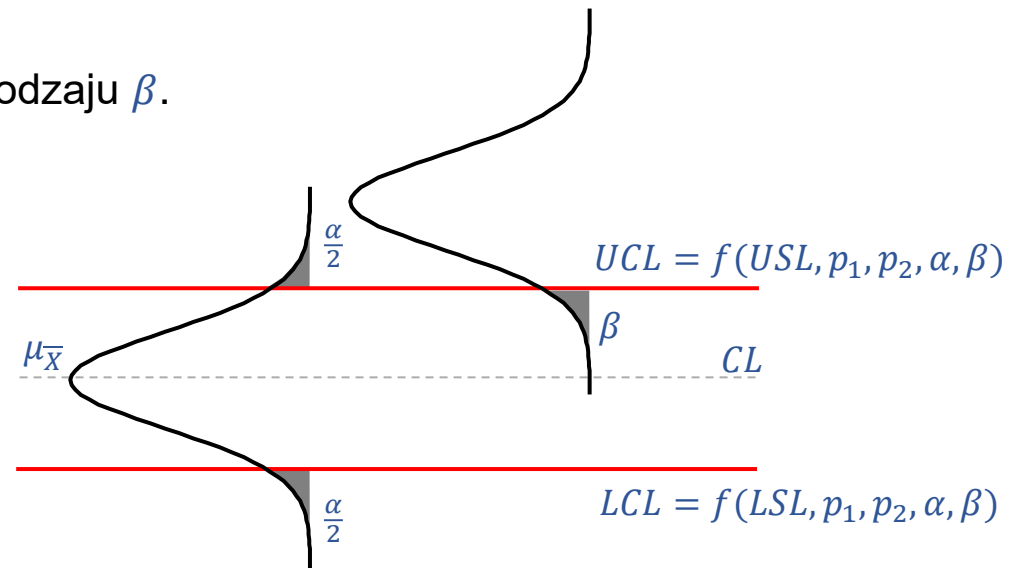


proces spełnia przyjęte wymagania

## Karta akceptacji procesu (wersja 2)

Granice kontrolne karty mogą być wyznaczone na podstawie:

- granic specyfikacji  $USL$  i  $LSL$ ,
- przyjętej dopuszczalnej wadliwości  $p_1$ ,
- przyjętej niedopuszczalnej wadliwości  $p_2$ ,
- dopuszczalnego poziomu prawdopodobieństwa błędu I rodzaju  $\alpha$ ,
- dopuszczalnego poziomu prawdopodobieństwa błędu II rodzaju  $\beta$ .



Granice kontrolne karty zmodyfikowanej wynosily:

$$LCL = LSL + \left( Z_{p_1} - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \right) \sigma, \quad UCL = USL - \left( Z_{p_1} - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \right) \sigma,$$

a karty akceptacji:

$$LCL = LSL + \left( Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma, \quad UCL = USL - \left( Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}} \right) \sigma.$$

Granice wyznaczane w oparciu o parametry  $\alpha$  i  $p_1$  oraz  $\beta$  i  $p_2$  w ogólnym przypadku mają różne wartości. Dobierając liczebność próbki na karcie  $n$  można jednak uzyskać jeden zestaw granic kontrolnych. Liczebność  $n$  wyznacza się z zależności:

$$Z_{p_1} - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} = Z_{p_2} + \frac{Z_\beta}{\sqrt{n}}.$$

Po przekształceniach otrzymuje się:

$$n = \left( \frac{Z_\alpha + Z_\beta}{Z_{p_1} - Z_{p_2}} \right)^2.$$

## Przykład 3. cd.

Opracować kartę akceptacji, która pozwoli na monitorowanie procesu z zachowaniem założeń przyjętych dla karty zmodyfikowanej ( $p_1 = 1\%$ ,  $\alpha = 0,00135$ ) i karty akceptacji ( $p_2 = 3\%$ ,  $\beta = 0,05$ ).

Wartości  $Z_\alpha$ ,  $Z_\beta$ ,  $Z_{p_1}$  i  $Z_{p_2}$  wynoszą:

$$Z_\alpha = 3, \quad Z_\beta \approx 1,65, \quad Z_{p_1} \approx 2,33, \quad Z_{p_2} \approx 1,88,$$

więc w celu otrzymania granic kontrolnych karty, liczebność próbki powinna wynosić:

$$\begin{aligned} n &= \left( \frac{Z_\alpha + Z_\beta}{Z_{p_1} - Z_{p_2}} \right)^2 \\ &= \left( \frac{3 + 1,65}{2,33 - 1,88} \right)^2 \\ &\approx 109. \end{aligned}$$