

TRYGONOMETRIA

1. Zbudować kąt α wiedząc, że:

a) $\sin \alpha = 1/3$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

b) $\cos \alpha = -1/4$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$

2. Wyznaczyć x jeżeli:

a) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $0 < x < 4\pi$

b) $\sin x = -1$, $2\pi < x < 4\pi$;

3. Oblicz sinus i cosinus kąta, którego jedno ramię pokrywa się z dodatnią półosią osi x drugie zaś przechodzi przez punkt A . Jaki to kąt?

a) $A=(-1, 0)$

b) $A=(-1, -1)$

c) $A=(\sqrt{3}, -1)$

d) $A=(-\sqrt{3}/2, 1/2)$

4. Sprawdź tożsamość:

$$\cos^2 x \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{ctg}^2 x} = \sin^2 x$$

5. Wykazać, że liczba $a = \frac{\cos 120^\circ - 2 \sin 150^\circ}{\operatorname{tg} 135^\circ}$ jest liczbą wymierną.

6. Naszkicować wykres funkcji $f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} x & x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right) \\ \operatorname{ctg} x & x \in \left(\frac{\pi}{4}, \pi\right) \end{cases}$. Podaj zbiór wartości tej funkcji i przedziały

monotoniczności.

7. Wyznaczyć dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x + \cos x} + \sqrt{3 - |x|}$.

8. Wyznaczyć zbiór wartości funkcji $f(x) = \cos x + |\cos x|$ dla $x \in \langle -2\pi, 2\pi \rangle$. Rozwiązać nierówność $f(x) > 0$.

9. Naszkicować wykres funkcji $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ oraz odczytaj własności na podstawie jej wykresu.

10. Rozwiązać równania i nierówności trygonometryczne:

a) $\sin 3x = \sin 3$ b) $\cos(2x + 3) = \cos 3x$ c) $2 \cos x - \sin^2 x = 1$ d) $\left| \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$

e) $\operatorname{tg}^3 x - 3 \operatorname{tg}^2 x = 0$ f) $|\operatorname{ctg} x + 1| - 1 = 0$ g) $\sin x > -1/2$ h) $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$.