

### Zadania z logiki i teorii mnogości. Lista 4

**Zadanie 1.** Czy następujący zbiór jest funkcją, jeśli tak, to wyznacz jej dziedzinę i przeciwdziedzinę:

1.  $A = \{(1, 2), (3, 4), (\text{ola}, 4), (\text{kasza}, \text{fasola}), (\text{ola}, \text{cola})\}$ ;
2.  $f = \{(\text{osa}, \text{ssak}), (\text{foka}, \text{owad}), (\text{sikorka}, \text{ryba}), (\text{okoń}, \text{ptak})\}$ ;
3.  $\rho = \{(\alpha, A), (\beta, B), (\gamma, \Gamma), (\delta, \Delta), (\sigma, \Sigma)\}$ ;
4.  $C = \{(1, 1), (2, 1), (3, 4), (1, 5)\}$ ;
5.  $f = \{(y, x) \in \mathbb{R}^2 : y^3 + x = 1\}$ ;
6.  $g = \{(x, y) : x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}], y \in [\frac{1}{4}, 10], x^2 + y^2 = 4\}$ .

**Zadanie 2.** Oblicz złożenie następujących funkcji, sporządź stosowne diagramy:

1.  $A \circ B$ , gdzie  $A = \{(1, 2), (10, 9), (a, b), (\text{ka}, \text{rol})\}$ ,  $B = \{(99\%, a), (9, 11), (\text{pa}, \text{ka}), (\text{ka}, \text{pa}), (5, 9), (100, 2), (b, a)\}$
2.  $f \circ g$  oraz  $g \circ f$  dla  $f$  i  $g$  z ostatnich podpunktów poprzedniego zadania; zapisz te złożenia w formie  $y = f \circ g(x)$ ,  $y = g \circ f(x)$ ;
3.  $g \circ f$ , gdzie  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ ,  $g(x) = \frac{3x+2}{x-1}$ , wyznacz dziedzinę i przeciwdziedzinę złożenia.

**Zadanie 3.** Wykazać, że dla każdej funkcji  $f: X \rightarrow Y$  i każdej rodziny  $\mathcal{A} \subset Y$ :

1.  $f^{-1}[\cup \mathcal{A}] = \cup \{f^{-1}[A] : A \in \mathcal{A}\}$ ;
2.  $f^{-1}[\cap \mathcal{A}] = \cap \{f^{-1}[A] : A \in \mathcal{A}\}$ .