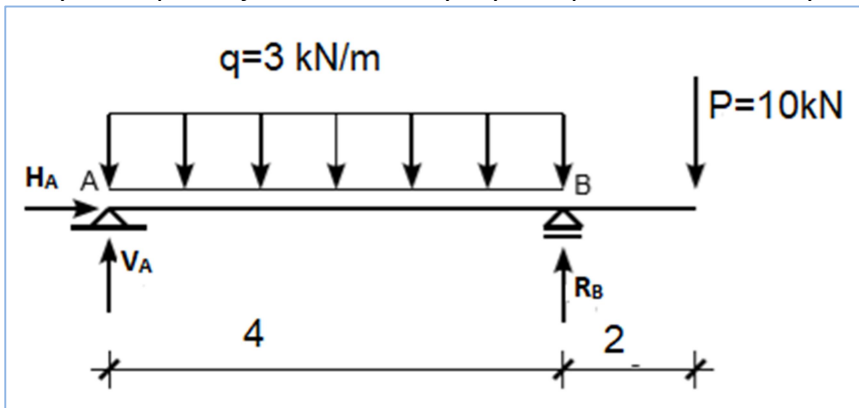


Wyznaczanie sił wewnętrznych w prostych belkach i wspornikach .

Przykład

Dla belki wyznacz funkcje sił wewnętrznych. Narysuj wykresy MTN.

Na rysunku poniżej zaznaczono siły czynne q i P oraz bierne czyli reakcje działające na belkę.



1. Wartości reakcji obliczamy z równań równowagi $\sum F_x = 0; \sum F_y = 0; \sum M_A = 0$

Z równań tych otrzymamy:

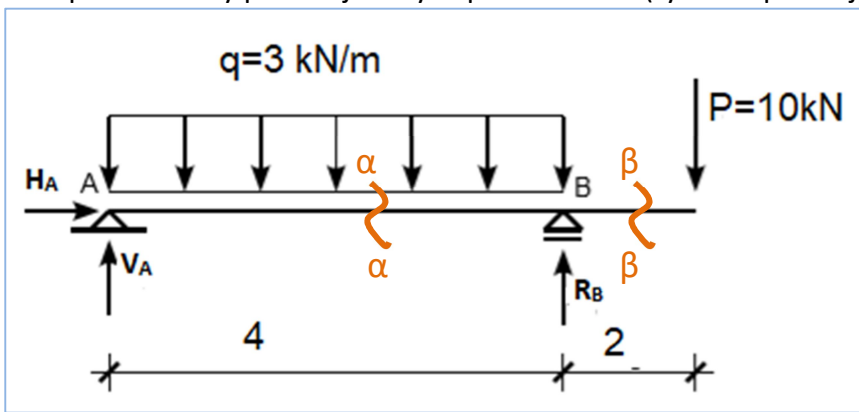
$$\sum F_x = 0 \rightarrow H_A = 0$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow 4q \cdot 2 + P \cdot 6 - R_B \cdot 4 = 0$$
$$R_B = 21 \text{ kN}$$

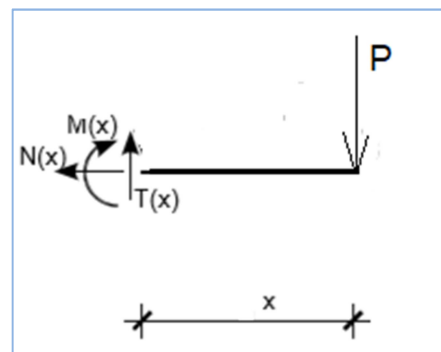
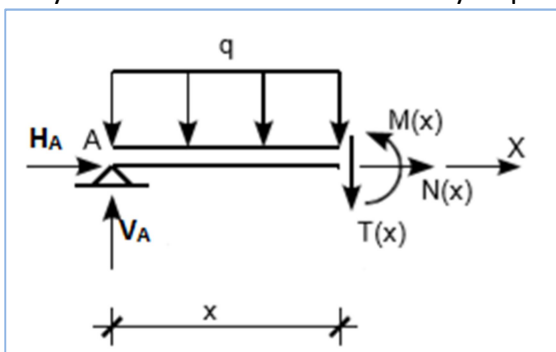
$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_A - 4q + R_B - P = 0$$
$$V_A = 1 \text{ kN}$$

2. Siły wewnętrzne wyznaczamy dla przedziałów charakterystycznych belki, którymi są: przedział A-B oraz przedział od prawego końca belki do pkt B.

3. Wprowadzamy przekroje w tych przedziałach (rysunek poniżej)



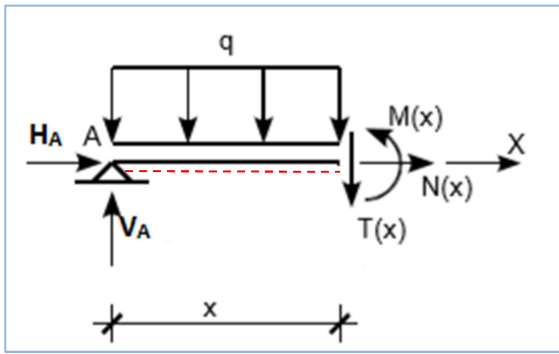
4. Siły wewnętrzne dla poszczególnych przekrojów zostały zaznaczone na rysunku poniżej. Na rysunku tym zaznaczono dodatnie zwroty sił przekrojowych.



Siła normalna jest dodatnia jeżeli powoduje rozciąganie pręta. Moment zginający jest dodatni, wtedy kiedy powoduje rozciąganie wyróżnionych włókien pręta (dla belki dolnych włókien). Natomiast siła poprzeczna $T(x)$ jest dodatnia jeżeli będzie kręciła odciętą częścią pręta zgodnie z ruchem wskazówek zegara.

5. Obliczenia dla przekroju A-B

Zmienna x zawiera się w zakresie : $0 \leq x \leq 4$



$\sum F_x = 0 \rightarrow N(x) + H_A = 0$ po podstawieniu $H_A = 0$ otrzymamy:

$$N(x) = 0 \text{ kN}$$

$\sum F_y = 0 \rightarrow -T(x) + V_A - q \cdot x = 0$ po podstawieniu $V_A = 1 \text{ kN}$; $q = 3 \text{ kN/m}$ otrzymamy:

$$T(x) = 1 - 3x$$

Dla $x = 0$

$$T(0) = 1 \text{ kN}$$

Dla $x = 4$

$$T(4) = -11 \text{ kN}$$

Jeżeli w przedziale siła poprzeczna zmienia znak obliczamy miejsce zerowe funkcji. W tym miejscu znajduje się ekstremum funkcji momentu.

$$T(x) = 1 - 3x = 0 \quad \text{dla} \quad x = 0,333 \text{ m}$$

$\sum M = 0 \rightarrow -M(x) + V_A x - qx \cdot \frac{x}{2} = 0$ po podstawieniu $V_A = 1 \text{ kN}$; $q = 3 \text{ kN/m}$ otrzymamy:

$$M(x) = x - 1,5x^2$$

Dla $x = 0$

$$M(0) = 0 \text{ kNm}$$

Dla $x = 4$

$$M(4) = -20 \text{ kNm}$$

Dla $x = 0,333$

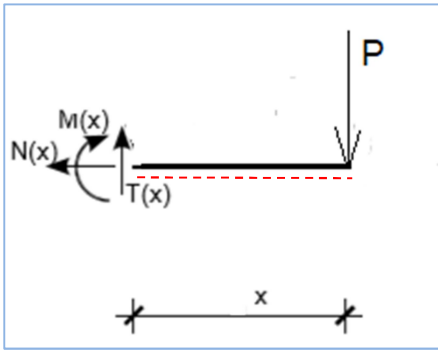
$$M(0,333) = 0,167 \text{ kNm}$$

Funkcja momentu w tym przedziale ma 2 miejsce zerowe dla:

$$M(x) = x - 1,5x^2 = 0 \quad \rightarrow \quad x(1 - 1,5x) = 0$$

Dla $x = 0$ oraz dla $x = 0,667$

6. Obliczenia dla przekroju od siły P do pkt B
 Zmienna x zawiera się w zakresie : $0 \leq x \leq 2$



$$\sum F_x = 0 \rightarrow -N(x) = 0$$

$$N(x) = 0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow T(x) - P = 0 \text{ po podstawieniu } P=10\text{kN} \text{ otrzymamy:}$$

$$T(x) = 10 \text{ kN} \text{ Funkcja jest stała na całej długości przedziału !!!}$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M(x) + Px = 0 \text{ po podstawieniu } P=10\text{kN} \text{ otrzymamy:}$$

$$M(x) = -10x$$

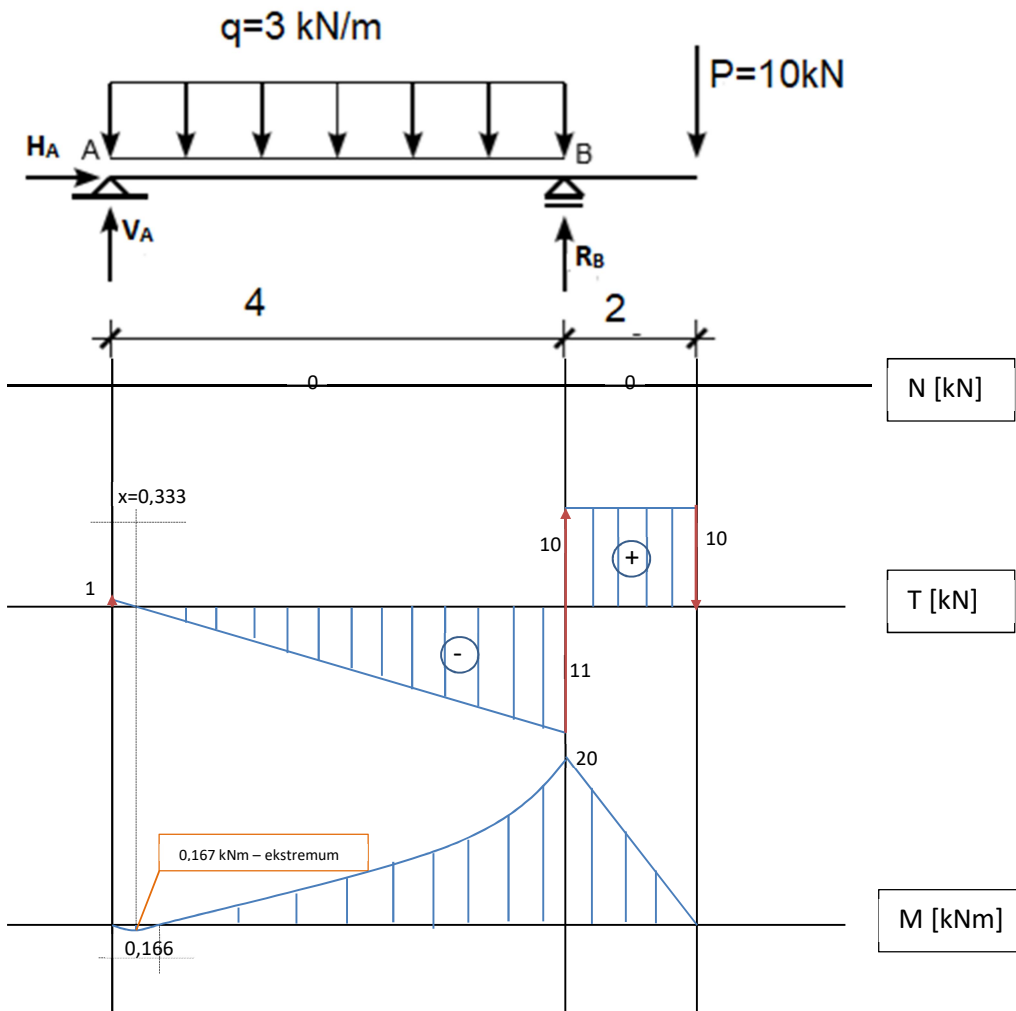
Dla $x=0$

$$M(0) = 0 \text{ kNm}$$

Dla $x=2$

$$M(4) = -20 \text{ kNm}$$

7. Wykresy sił przekrojowych



Przykłady do samodzielnego rozwiązania

