

## POŁÓWKOWO-PASMOWE FILTRY CYFROWE

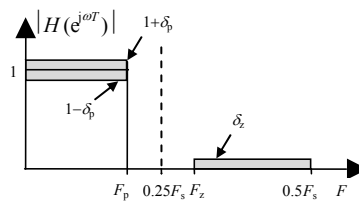
W pracy przedstawiono połówkowo-pasmowe filtry cyfrowe. Opisano dwa typy filtrów: pierwszy z zastosowaniem filtrów typu FIR oraz drugi typu IIR. Filtry te są szczególnie przydatne do realizacji układów wieloszybkościowych takich jak: interpolatory decymatory i banki filtrów. Ze względu na prostotę realizacji szczególnie się nadają do implementacji za pomocą procesorów sygnałowych.

### 1. FILTRY POŁÓWKOWO-PASMOWE

#### 1.1 Wprowadzenie

Podczas realizacji filtrów cyfrowych za pomocą procesorów sygnałowych ważne jest zmniejszenie ilości operacji arytmetycznych koniecznych do wyznaczenia odpowiedzi filtru na sygnał wejściowy. Filtry połówkowo-pasmowe (*half band filter*) pozwalają na znaczne uproszczenie realizacji za pomocą procesorów sygnałowych.

Schemat wykresu przedstawiającego tolerancję charakterystyki częstotliwościowej filtru połówkowo-pasmowego przedstawiono na rys. 1, gdzie:  $\delta_p$  - tętnienia w paśmie przepustowym,  $\delta_z$  - tętnienia w paśmie zaporowym,  $0 \dots F_p$  - pasmo przepustowe,  $F_p \dots F_z$  - pasmo przejściowe,  $F_z \dots 0.5F_s$  - pasmo zaporowe.



Rys. 1. Schemat tolerancji połówkowo-pasmowego filtru cyfrowego

Filtry połówkowo-pasmowe mają charakterystykę częstotliwościową symetryczną względem prostej  $F = F_s/4$ . Dla takich filtrów spełnione są następujące zależności:

- tętnienia w paśmie przepustowym są równe tętnieniom w paśmie zaporowym

<sup>1</sup> Uniwersytet Zielonogórski, Instytut Inżynierii Elektrycznej, ul. Podgórna 50, 65-246 Zielona Góra, 04868-3282528, K.Sozanski@iee.uz.zgora.pl

$$\delta_p = \delta_z = \delta \quad , \quad (1)$$

- suma pulsacji określającej koniec pasma przepustowego i pulsacji określającej początek pasma zaporowego równa jest połowie pulsacji

$$\omega_p + \omega_z = \Omega/2 = \pi \quad , \quad (2)$$

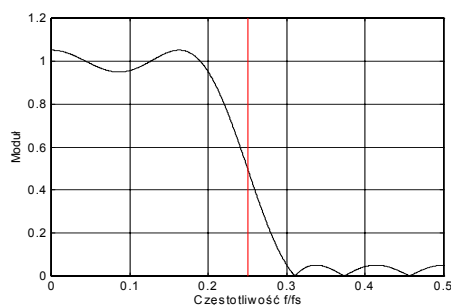
- natomiast pasmo przejściowe definiowane jest przez zależność

$$\Delta\Omega = \Omega/2 - 2\omega_p \quad , \quad (3)$$

- wartość modułu transmitancji dla  $\omega = \Omega/4$  wynosi 0.5

$$\left| H(e^{j\omega T}) \right|_{\omega=\Omega/4} = 0.5 \quad . \quad (4)$$

Charakterystykę częstotliwościową przykładowego filtra półwkowo-pasmowego spełniającego powyższe założenia przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Przykładowa charakterystyka częstotliwościowa typowego filtra półwkowo-pasmowego

## 1.2 Filtry typu FIR

Filtry półwkowo-pasmowe typu FIR ze względu na symetrię charakterystyki częstotliwościowej mają dla parzystego rzędu filtra wartości nieparzystych współczynników, które są równe zero, a wartość środkowego współczynnika równą 0.5. Transmitancja takiego filtra opisana jest równaniem

$$H(z) = b_0 + \overbrace{b_1}^{=0} z^{-1} + \dots + b_{N/2-1} z^{-N/2+1} + 0.5 z^{-N/2} + b_{N/2+1} z^{-N/2+1} + \dots + \overbrace{b_{N-1}}^{=0} z^{-(N-1)} + b_N z^{-N} \quad , \quad (5)$$

filtry takie mogą być realizowane dla rzędów

$$N = 2 + 4k \quad \text{dla } k = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \quad . \quad (6)$$

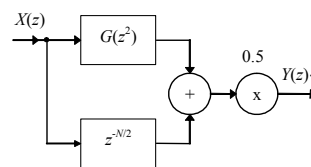
Pozwala to na prawie dwukrotną redukcję ilości operacji arytmetycznych. W przypadku typowego filtra FIR  $N$ -tego rzędu wynosi ona  $N+1$  dodawań i mnożeń natomiast w przypadku filtra półwkowo-pasmowego  $N/2+2$  dodawań i mnożeń. Liczbę mnożeń można jeszcze zmniejszyć korzystając z symetrii współczynników filtra jednak, we współczesnych procesorach sygnałowych operacja taka jest nie zawsze opłacalna, a najkrótszy czas wykonania algorytmu uzyskuje się dla równej ilości dodawań i mnożeń.

Vaidyanathan i Nguyen zaproponowali [3] bardzo prostą metodę projektowania filtrów półwkowo-pasmowych polegającą na wyznaczeniu prototypowego filtra  $G(z)$  typu FIR nieparzystego rzędu o paśmie przepustowym w zakresie częstotliwości  $0 \dots 0.45f_s$ , a następnie przekształceniu go na filtr półwkowo-pasmowy  $H(z)$ . Filtr  $G(z)$  posiada pasmo przepustowe i jedno pasmo przejściowe nie posiada natomiast pasma zaporowego. Transmitancja filtra  $H(z)$  wyznaczana jest z zależności

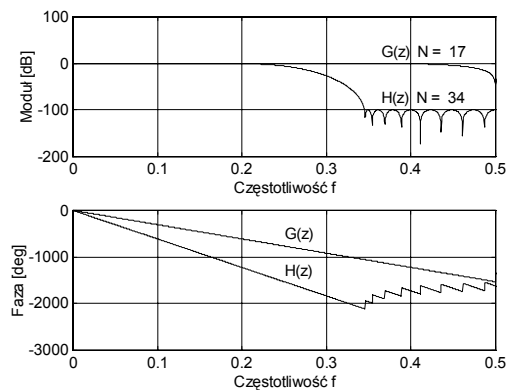
$$H(z) = 0.5(G(z^2) + z^{-N/2}) \quad (7)$$

Prototypowy filtr  $G(z)$  projektowany jest za pomocą typowych metod projektowania filtrów FIR np. metodą McClellan-Parks [1]. Współczynniki filtra  $H(z)$  określone są za pomocą równania

$$h(n) = \begin{cases} 0.5g(n/2) & \text{dla } n \text{ parzystych} \\ 0 & \text{dla } n \text{ nieparzystych oraz } \neq N/2 \\ 0.5 & \text{dla } n = N/2 \end{cases} \quad (8)$$



Rys. 3. Schemat blokowy filtra półwkowo-pasmowego



Rys. 4. Charakterystyki częstotliwościowe filtrów  $G(z)$  i  $H(z)$

Otrzymany tą metodą filtr posiada co drugi współczynnik równy zeru za wyjątkiem środkowego równy 0.5. Schemat blokowy takiego filtra pokazano na rys. 3. Na rys. 4 pokazano charakterystyki częstotliwościowe dwóch przykładowych filtrów: filtra prototypowego  $G(z)$  17-tego rzędu oraz utworzonego z niego filtra półwkowo-pasmowego  $H(z)$  34-tego rzędu.

### 1.3 Filtry typu IIR

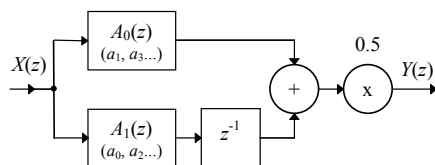
Cyfrowy filtr IIR półwkowo-pasmowy opracowany przez Constandinesa i Valenzuelę [4] (*two-path filter*) charakteryzuje się dużym tłumieniem w paśmie zaporowym i bardzo małymi (rzędu  $\mu\text{B}$ ) zniekształceniami w paśmie przepustowym przy stosunkowo prostym układzie. Dodatkową zaletą, szczególnie ważną dla realizacji stałoprzecinkowej, jest mała wrażliwość na zaokrąglenie współczynników filtra. Filtr taki składa się z dwóch układów wszechprzepustowych złożonych z kaskadowego połączenia elementów drugiego rzędu. Transmitancja takiego filtra określona jest przez zależność

$$H(z) = \frac{1}{2} \left( \frac{A_0(z)}{\prod_{i=0}^{K_N-1} \frac{a_{2i+1} + z^{-2}}{1 + a_{2i+1}z^{-2}}} + z^{-1} \frac{A_1(z)}{\prod_{i=0}^{K_P-1} \frac{a_{2i} + z^{-2}}{1 + a_{2i}z^{-2}}} \right), \quad (9)$$

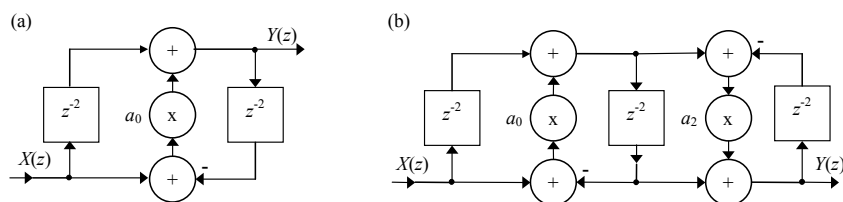
gdzie:  $K_N, K_P$  - liczba stopni układu wszechprzepustowego drugiego rzędu odpowiednio o nieparzystych i parzystych numerach współczynników. Rząd filtra określony jest przez zależność

$$N = 2(K_N + K_P) + 1 \quad (10)$$

Schemat blokowy filtra przedstawiono na rys. 5, natomiast schematy blokowe elementów wszechprzepustowych drugiego i czwartego rzędu pokazano na rys. 6, charakteryzując się one prostotą realizacyjną.



Rys. 5. Schemat blokowy filtra półwkowo-pasmowego złożonego z dwóch filtrów wszechprzepustowych

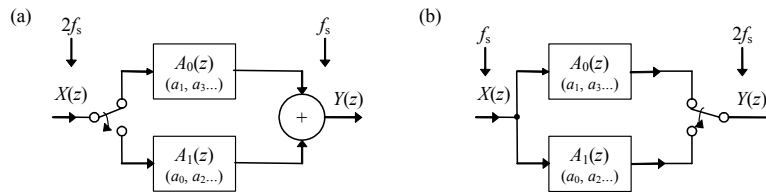


Rys. 6. Schematy blokowe filtrów wszechprzepustowych: (a) 2-rzędu, (b) 4-rzędu

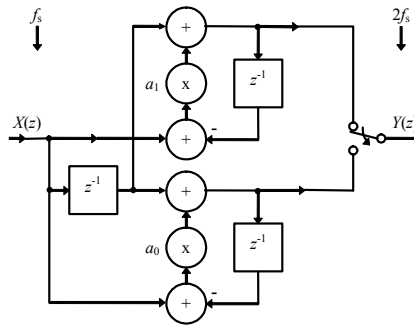
Układ drugiego rzędu składa się z jednego mnożnika, dwóch sumatorów i dwóch komórek pamięci, natomiast układ czwartego rzędu złożony jest z dwóch mnożników, czterech sumatorów i trzech komórek pamięci. Ilość elementów wszechprzepustowych  $(N-1)/2$ , zależy od tłumienia  $\delta_z$  w paśmie zaporowym i szerokości pasma przejściowego  $\Delta f$ , jest określana przy pomocy równania

$$\frac{N-1}{2} = \delta_z / (72\Delta f + 10) \quad , \quad (11)$$

gdzie:  $\delta_z$  - tłumienie w paśmie zaporowym [dB],  $\Delta f$  - względna szerokość pasma przejściowego umieszczonego symetrycznie względem częstotliwości  $f=0.25f_s$ . Schemat blokowy efektywnej dwufazowej struktury interpolatora i decymatora o współczynniku  $R=2$  z zastosowaniem dwóch filtrów wszechprzepustowych pokazano na rys. 7. W obu przypadkach zastosowano przełączniki i filtry pracują z szybkością dwa razy mniejszą.



Rys. 7. Uproszczony schemat blokowy dwufazowego: (a) decymatora, (b) interpolatora, z filtrem półwkwowo-pasmowym złożonym z dwóch filtrów wszechprzepustowych

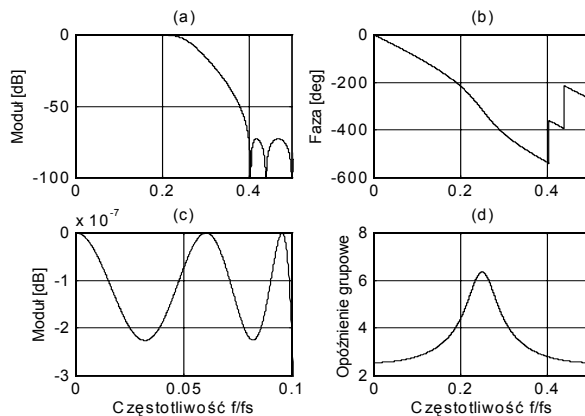


Rys. 8. Schemat blokowy dwufazowego interpolatora z filtrem półwkwowo-pasmowym złożonym z dwóch filtrów wszechprzepustowych IIR 5-rzędu

Stosując metody przedstawione w [4, 2] autor zaprojektował przykładowy cyfrowy filtr półwkwowo-pasmowy o następujących parametrach:  $\delta_z=72\text{dB}$ ,  $\Delta f=0.3$ , otrzymano filtr 5-rzędu o współczynnikach:  $a_0=0.124745$ ,  $a_1=0.562585$ , filtr ten charakteryzuje się bardzo małym współczynnikiem tłumienia w paśmie przepustowym  $\delta_p \approx 0.22\mu\text{dB}$ . Autor wykonał implementację tego filtra za pomocą zmiennoprzecinkowego procesora sygnałowego SHARC typu ADSP-21061. Otrzymane charakterystyki częstotliwościowe zaimplementowanego filtra pokazano na rys. 9.

## 2. PODSUMOWANIE

Pokazane w pracy dwa wybrane typy filtrów są reprezentatywne dla filtrów półwkwowo-pasmowych. Zastosowanie filtrów półwkwowo-pasmowych pozwala na efektywną realizację za pomocą procesorów sygnałowych. Są to filtry szczególnie przydatne do realizacji: interpolatorów, decymatorów oraz banków filtrów.



Rys. 9. Charakterystyki częstotliwościowe filtra półówkowo-pasmowego 5-rzędu : (a), (c), charakterystyki amplitudowe, (b) charakterystyka fazowa, (d) opóźnienie grupowe

### 3. LITERATURA

1. McClellan J. H., Parks T., *A unified approach to the design of optimum FIR linear-phase digital filters*, IEEE Transactions Circuits Theory, Vol CT-20, pp. 697-701, Nov. 1973.
2. Sozański K., *Projektowanie i badanie banków filtrów cyfrowych realizowanych za pomocą procesorów sygnałowych*, Rozprawa Doktorska, Politechnika Poznańska, Wydział Elektryczny, Poznań 1999.
3. Vaidyanathan P. P., Nguyen, *Eigenfilter: A new approach to last-squares FIR filters design and applications including Nyquist Filters*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. CAS-34, No 1, January 1987, pp. 11-23.
4. Venezuela R. A., Constantindes A. G., *Digital Signal Processing Schemes for Efficient Interpolation and Decimation*, IEE Proceedings, Vol. 130, Part G, No. 6, December 1983, pp. 225-235.

## HALF BAND DIGITAL FILTERS

This paper describes half band digital filters. The first one is based on FIR filter and the second one is that based on two-path (polyphase) digital filters. Those filters are very useful for realization of interpolators, decimators and filter banks. The presented filters are very efficient for implementation by digital signal processors. The two-path filter is implemented in SHARC digital signal processor (Analog Devices).