1. Wyznaczyć liczbę chromatyczną grafu pełnego k-dzielnego, C_n, P_n, $K_n - e$, dla $n \geqslant 2$, grafu Petersena, drzewa rzędu n.

2. Pokazać, że graf G jest dwudzielny wtedy i tylko wtedy, gdy $\chi(G) \leqslant 2$.

3. Mając zadaną liczbę całkowitą $d > 1$ wskazać graf G taki, że $\Delta(G) = d$ i $\chi(G) = 2$.

4. Let G be a graph with $\chi(G) = k$. A graph H is obtained from G by subdividing every edge of G. If $\chi(G) = \chi(H)$, then what is k?

5. Show that
   (a) for every k-chromatic G, there is an ordering of the vertices of G such that the greedy colouring algorithm gives a k-colouring of G.
   (b) for every positive integer p there is a graph G, and an ordering of the vertices of G such that the greedy colouring algorithm gives a k-colouring of G, where $k = p + \chi(G)$.

6. Pokazać, że
   (a) $\chi(G + H) = \chi(G) + \chi(H)$.
   (b) $G + H$ is uniquely colourable if and only if G and H are uniquely colourable.
   (c) $\alpha(G)\chi(G) \geqslant |V(G)|$, gdzie $\alpha(G)$ jest liczbą niezależności grafu G.

7. Niech dany będzie graf G i niech $\chi(G) = k$. Pokazać, że G ma co najmniej k wierzchołków stopnia $k - 1$ lub większego.

8. Pokazać, że jeżeli G jest grafem o $n \geqslant 1$ wierzchołkach i m krawędziach, to
$$\chi'(G) \geqslant 2\frac{m}{n}.$$

9. Niech G będzie maksymalnym grafem zewnętrznie planarnym. Pokazać, że G jest jednoznacznie 3-kolorowalny.

10. Porównaj ograniczenia dolne i górne indeksu chromatycznego podane w twierdzeniu Vizinga z rzeczywistą wartością indeksu chromatycznego dla cyklu C_7, grafu pełnego K_8, grafu pełnego dwudzielnego $K_{4,6}$.

11. Niech G będzie grafem d-regularnym spójnym nieparzystego rzędu. Pokazać, że $\chi'(G) = d + 1$.

12. Niech G będzie grafem hamiltonowskim, w którym każdy wierzchołek ma stopień 3. Pokazać, że $\chi'(G) = 3$.

13. Rozważając możliwe 3-kolorowania zewnętrznego cyklu długości 5, udowodnij, że graf Petersena ma indeks chromatyczny równy 4.

14. Wyznacz $\mathrm{ch}(G)$ dla grafów P_n, C_n, K_n, $K_{2,2}$, $K_{2,3}$, $K_{2,4}$.