

**LISTA ZADAŃ 1**  
**RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE ZWYCZAJNE**

Magdalena Lysakowska

1. Rozwiązać następujące równania o zmiennych rozdzielonych:

a)  $x^2 \frac{dy}{dx} = \sin \frac{1}{x}$ ;

b)  $\sin x \frac{dy}{dx} = y \cos x$ ;

c)  $\frac{dy}{dx} = 2xy^2 - x^2 \frac{dy}{dx}$ ;

d)  $(1 + x^2)xy \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$ ;

e)  $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} \frac{dy}{dx} = 0$ ;

f)  $(1+x^2) \frac{dy}{dx} - \sqrt{1-y^2} = 0$ ;

g)  $e^y(1+x^2) \frac{dy}{dx} - 2x(1+e^y) = 0$ ;

h)  $x(1+e^y) - e^y \frac{dy}{dx} = 0$ ;

i)  $x \frac{dy}{dx} + 1 = x^3 - \frac{dy}{dx}$ ;

j)  $\sin x \cos y - \cos x \sin y \frac{dy}{dx} = 0$ .

2. Rozwiązać następujące równania jednorodne:

a)  $x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + xy + y^2$ ;

b)  $x^2 + y^2 = 2xy \frac{dy}{dx}$ ;

c)  $(y-2x) \frac{dy}{dx} = 2y+x$ ;

d)  $(x+y) \frac{dy}{dx} - 2y = 0$ ;

e)  $x \frac{dy}{dx} = y + \sqrt{y^2 - x^2}$ ;

f)  $2\sqrt{xy} - y + x \frac{dy}{dx} = 0$ ;

g)  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ ;

h)  $x \frac{dy}{dx} - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ .

3. Rozwiązać następujące równania liniowe jednorodne rzędu pierwszego:

a)  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x-1}{x^2}y$ ;

b)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2}y$ ;

c)  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3x}y$ ;

d)  $(x+y) \frac{dy}{dx} = y \operatorname{tg} x$ ;

e)  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2-4}y$ ;

f)  $\frac{dy}{dx} = y(x \sin x - \cos x)$ .

4. Rozwiązać następujące równania liniowe niejednorodne rzędu pierwszego:

a)  $\frac{dy}{dx} - xy = xe^{x^2}$ ;      b)  $x\frac{dy}{dx} - y = 2x^3$ ;

c)  $\frac{dy}{dx}\sin x + y\cos x = \sin 2x$ ;      d)  $x\frac{dy}{dx} - 2y = x^3\cos x$ ;

e)  $\frac{dy}{dx} + \frac{xy}{1+x^2} = \frac{1}{x(1+x^2)}$ ;      f)  $x\frac{dy}{dx} + y = x\sin x$ .

5. Rozwiązać następujące równania liniowe jednorodne rzędu drugiego:

a)  $2y'' - 5y' - 3y = 0$ ;      b)  $4y'' + 12y' + 9y = 0$ ;

c)  $y'' - 9y = 0$ ;      d)  $y'' - y' - 2y = 0$ ;

e)  $y'' - 6y' + 13y = 0$ ;      f)  $9y'' - 6y' + y = 0$ .

6. Rozwiązać następujące równania liniowe niejednorodne rzędu drugiego:

a)  $y'' - 4y' + 4y = 8x^3 - 36x$ ;      b)  $y'' + y' - 2y = 4x$ ;

c)  $y'' - 2y' + 3y = x + 1$ ;      d)  $y'' - 3y' + 2y = x^2$ ;

e)  $y'' + y = e^x$ ;      f)  $y'' + 2y' + y = 8e^x$ .

7. W pewnym ruchu stosunek prędkości do przebytej drogi jest stały i wynosi 2. W chwili  $t = 0$  przebyta droga wynosiła  $x = 2$ . Obliczyć przebytą drogę do chwili  $t = 5$ .

8. Wyznaczyć równanie  $s = f(t)$  ruchu prostoliniowego, w którym prędkość jest wprost proporcjonalna do czasu. (Przyjąć współczynnik proporcjonalności równy 5.)

9. Wyznaczyć równanie ruchu prostoliniowego  $x = f(t)$ , w którym droga  $x$  jest wprost proporcjonalna do przyspieszenia, ale ma przeciwny zwrot.