

INŻYNIERIA FINANSOWA- MATEMATYKA IV ROK

Lista Nr 5 (Opcje na kontrakty futures)

1. Rozważmy opcję kupna wystawioną na kontrakt futures z tymi samymi datami realizacji  $T = T^*$ . Niech  $\tilde{\mathcal{P}}$  będzie miarą (podaną na wykładzie) taką, że  $V_t^f(\phi)e^{-rt}$  jest  $\tilde{\mathcal{P}}$ -martyngałem. Niech  $\phi = (\phi_1, \phi_2)$  będzie strategią samofinansującą i replikującą wartość  $c(f, t)$ , czyli wartość opcji kupna kontraktu futures na akcję o cenie  $S$ . Wykaż, że

$$(*) \quad c(f, t) = E_{\tilde{\mathcal{P}}}(e^{-r(T-t)} \max\{f_T - K, 0\} | \mathcal{F}_t).$$

2. W oparciu o wzór (\*) obliczyć wzór na cenę  $c(f, 0)$ .

3. Rozważmy europejską opcję kupna wystawioną na kontrakt futures z ceną wykonania  $K = 100zł$  i z terminem wygaśnięcia za 6 miesięcy. Załóżmy, że obecna cena akcji  $f_0 = 103zł$ , zmienność ceny akcji  $\sigma = 15\%$  rocznie, stopa procentowa wolna od ryzyka  $r = 24\%$  w skali roku. Korzystając z formuły Blacka-Scholesa obliczyć cenę opcji kupna na kontrakt futures w chwili  $t = 0$  oraz podać strategię zabezpieczającą dla krótkiej pozycji w opcjach kupna na rynku futures.

4. Niech  $p(f, t)$  oznacza cenę opcji sprzedaży na kontrakt futures z ceną rozliczenia  $p(f, t) = \max\{K - f_T, 0\}$ . Wykazać wzór (parytet kupna-sprzedaży):

$$(**) \quad c(f, t) - p(f, t) = e^{-r(T-t)}(f_t - K).$$

5. Na mocy wzoru (\*\*) oraz wzoru na cenę Blacka-Scholesa dla opcji kupna na kontrakt futures podaj wzór na cenę opcji sprzedaży  $p(f, t)$ .