IV ROK MATEMATYKI

Matematyka ubezpieczeniowa- Lista 1.

1. Portfel zawiara 100 jednorodnych i niezależnych ubezpieczeń ogniowych, ubezpieczonych do wysokości zaistniałej szkody. Analiza szkodowości w podobnych portfelach dostacza informacji, że średnia wypłata przypadająca na jedno ryzyko jest równa sumie B, zaś odchylenie standardowe takiej wypłaty wynosi $0.1B$. Ponadto wiadomo, że prawdopodobieństwo, iż całkowita wypłata przekroczy sumę 2mln, jest niewiększe od 0.05. Oblicz stałą B.

2. Oblicz e_x^0, przy założeniu: $\mu_{x+t} = t, t \geq 0$.

3. Wiadomo, że w przedziale wieku $(x, x+1)$ śmiertelność ma liniowy rozkład, czyli gęstość śmiertelności $g(t) = ct$, dla $t \in [0,1)$ oraz $c > 0$. Znaleźć e_x^0 wiedząc, że $p_x = 0.925$ oraz $e_{x+1}^0 = 8$.

4. Niech $e^0_{x:\overline{n}|} = \int_0^n {}_tp_x dt$ oznacza dalszy oczekiwany czas życia dla (x) pomiędzy wiekiem x i x+n. Wykazać, że $e^0_{x:\overline{n}|} = \int_0^n t_tp_x\mu_{x+t}dt + n_np_x$.

5. O populacji 1000 osób w wieku x lat wiadomo, że $\mu_{x+u} = 0.03046$, $\mu_{x+1+u} = 0.07257$, $\mu_{x+2+u} = 0.10536$, gdzie x jest całkowite oraz $u \in< 0,1)$. Wyznaczyć oczekiwane trwanie życia tej populacji (łączną liczbę przeżytych lat) do osiągnięcia wieku $x+3$ lat.

6. Przy założeniu, że $q_{70} = 0.04$ oraz $q_{71} = 0.05$, obliczyć prawdopodobieństwo, że (70) umrze pomiędzy wiekiem 70,5 a 71,5, gdy:
i) spełnione jest zał. jednostajnego rozkładu śmiertelności
ii) spełnione jest zał. Balducci'ego

7. Populacja A jest populacją z wykładniczym rozkładem czasu życia oraz oczekiwanym czasem życia 125 lat. Rozkład czasu życia w populacji B nie jest znany. Wiadomo jedynie, że dla pewnego wieku x $10\mu_x^A = \mu_x^B$. Podać ile wynosi $\frac{q_x^B}{q_x^A}$.

8. W oparciu o tablice śmiertelności: USA 79-81 obliczyć: $\lim_{x\to 60_-}\mu_x$, $\lim_{x\to 60_+}\mu_x$, $\mu_{60\frac{1}{2}}$, przy założeniach opisanych w tablicy 3.5 (z wykładu).

9. Dana jest populacja, w której umieralnością rządzi prawo Weibulla. Obliczyć prawd., że noworodek wzięty z tej populacji dożyje wieku największej śmiertelności- tzn. wieku, dla którego funkcja $l_x\mu_x$ osiąga maksimum.

10. Wyznacz prawdopodobieństwo przeżycia przez osobę 55- letnią co najmniej 10 lat, jeśli analogiczne prawdopodobieństwo dla osoby 25-letniej wynosi 0.8 oraz intensywność umieralności opisuje funkcja: $\mu_x = kx$, dla $x > 0$.

11. Populacja kobiet (F) jest populacją Weibulla, natomiast śmiertelność mężczyzn (M) opisuje zależność $\mu_x^{(M)} = c\mu_x^{(F)}$. Dla jakiej wartości parametru c zachodzi

$$\frac{{}_{40}p_{20}^{(M)}}{{}_{40}p_{20}^{(F)}} = 0.8876, \quad \frac{{}_{20}p_{40}^{(M)}}{{}_{20}p_{40}^{(F)}} = 0.94, \quad \frac{{}_{20}p_{40}^{(F)}}{{}_{20}p_{20}^{(F)}} = 0.97.$$

12. Liczba osób dożywających wieku x (w pewnej populacji) kształtuje się następująco: $l_{65} = 77107, l_{66} = 75520$. Oblicz prawdop. że (65) przeżyje pół roku, przy założeniu Balducci'ego.

13. Pokazać, że dalsze czasy życia (zmiennych losowych) K i S są niezależne wtedy i tylko wtedy, gdy iloraz $\frac{{}_sq_{x+k}}{q_{x+k}}$ nie zależy od k, dla $0 \leq s \leq 1$.