IV ROK MATEMATYKI

Matematyka ubezpieczeniowa- lista 2.

1. Załóżmy, że dalszy czas życia $T(x)$ jest zmienną losową o rozkładzie $U(0,80)$ (tzn. jednostajnym na odcinku $[0,80]$). Niech δ oznacza daną intensywność oprocentowania. Dla ubezpieczenia na wypadek śmierci, jednostkowego, płatnego w chwili śmierci, oblicz:
a) jednorazową składkę netto
b) wariancję zdyskontowanej przyszłej wypłaty
c) kwantyl rzędu 0.9 zdyskontowanej przeszłej wypłaty

2. Dla ubezpieczenia na wypadek śmierci, odroczonego 5-cio letniego, $\delta = 0.1$, $\mu_x = 0.04$, oblicz:
a) jednorazową składkę netto
b) wariancję zdyskontowanej przyszłej wypłaty

3. 100 osób w wieku (x) z niezależnymi dalszymi czasami życia zostało ubezpieczonych na wypadek śmierci, na kwotę 10000 (każda). Przyjęto, że intensywność umieralności w tej grupie jest stała i wynosi 0.04, a intensywność oprocentowania 0.06. Oblicz minimalny fundusz ubezpieczyciela w chwili zawarcia ubezpieczenia, aby z prawd. 0.95 zapewnić wypłacalność ubezpieczyciela posiadającego taki portfel ubezpieczeń.

4. W pewnej populacji długość życia ma rozkład wykładniczy z parametrem $\mu_x = \mu$. Niech Z oznacza zdyskontowaną wartość świadczenia z polisy w ubezpieczeniu na wypadek śmierci wypłacającej 1 w chwili śmierci. Oblicz δ, dla której $Var(Z)$ ma wartość maksymalną.

5. Niech $\mu_x = \frac{1}{1+x}$, $\quad x > 0$. Wykaż, że:
a) $\overline{A}_x = 1 - \delta \int_0^\infty e^{-\delta t} \frac{1+x}{1+x+t} dt$
b) $\frac{d\overline{A}_x}{dx} < 0, \quad dla \quad x > 0$

6. a) Pokazać, że $\bar{A}_x = \frac{1}{{}_xp_0 v^x} \int_x^\infty v^y_y p_0 \mu_y dy, x \geq 0.$
b) Różniczkując powyższą równość wyprowadzić równanie:

$$\frac{d\bar{A}_x}{dx} = \bar{A}_x(\mu_x + \delta) - \mu_x$$

c) W podobny sposób wyprowadzić równanie:

$$\frac{d\bar{A}_{x^1:\overline{n}|}}{dx} = \bar{A}_{x^1:\overline{n}|}(\mu_x + \delta) + \bar{A}_{x:\overline{n}|^1}\mu_{x+n} - \mu_x$$

7. Obliczyć $\overline{A}_{40:\overline{25}|}$, jeśli $l_x = 100 - x$, $\quad 0 \leq x \leq 100$ oraz $\delta = 0.05$.

8. Przy założeniu prawa De Moivre'a, dla $\omega = 100, i = 0.1$, obliczyć $\bar{A}_{30:\overline{10}|}$.