IV ROK MATEMATYKI

Matematyka ubezpieczeniowa- lista 3.

1. Załóżmy, że $A_x = 0.25, A_{x+20} = 0.4$ oraz $A_{x:\overline{20}|} = 0.55$.
   Oblicz $A_{x:\overline{20}|^1}$ oraz $A_{x^1:\overline{20}|}$.

2. Wykaż, że dla $m < n$ zachodzi równość: $A_{x:\overline{n}|} = A_{x^1:\overline{m}|} + v^m_m p_x A_{x+m:\overline{n-m}|}$.

3. Przy założeniu jednostajnej umieralności w ciągu roku wykaż równości:
a) $(\bar{I}\bar{A})_x = \frac{i}{\delta}\int_0^\infty v^s_s p_x A_{x+s} ds$.
b) $(\bar{I}\bar{A})_x = \frac{i}{\delta}\left[(IA)_x - \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{\delta}\right) A_x\right]$, gdzie d jest stopą dyskontową, tzn. $\frac{1}{1-d} = 1 + i$.

4. Przy założeniu jednostajnej umieralności w ciągu roku wykaż równość:
$(D\bar{A})_{x^1:\overline{n}|} = \frac{i}{\delta}\ (DA)_{x^1:\overline{n}|}$.

5. Dane są $(DA)_{x^1:\overline{10}|} = 1,2362$, $A_{x^1:\overline{10}|} = 0,221$, $\nu = 0,95$, $q_x = 0,0241$, $q_{x+10} = 0,0504$, ${}_{10}q_x = 0,2946$. Oblicz $(DA)_{x+1^1:\overline{10}|}$.

6. Załóżmy, że dane są: $\delta-$ stała intensywność oprocentowania oraz $\mu_x = \mu$. Niech $b_t = t$. Oblicz $Var(b_T v^T)$, gdzie T oznacza dalszy czas życia dla (x).

7. Rozważmy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie (40) z rosnącą sumą ubezpieczenia $Z(k+1) = S + B(k+1)$, gdzie S jest kwotą bazową, a $B(k+1)$ bonusem na koniec $k+1$ roku ubezpieczenia. W momencie wystawienia polisy $B(0) = B$, a następnie przed każdą n-tą rocznicą polisy bonus zwiększa się do poziomu $B(n) = aS + (1+b)B(n-1)$. Przykładowo śmierć w pierwszym roku ubezpieczenia spowoduje wypłatę na koniec roku w wysokości $Z(1) = S + aS + (1+b)B$. Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli

$$S = 100000, \qquad B = 10000, \qquad a = 5\%, \qquad b = 3\%, \qquad i = 5\%,$$

a ubezpieczeni pochodzą z populacji de Moivre'a z granicznym wiekiem $\omega = 90$ lat.