IV ROK MATEMATYKI

Matematyka ubezpieczeniowa - lista 5.

1. Osoba (x) postanowiła zakupić za jednorazową składkę netto ubezpieczenie bezterminowe z wypłatą jednostkową w chwili śmierci u jednego z dwóch ubezpieczycieli oznaczonych jako I i II. Każdy z nich w swoich kalkulacjach posługuje się własnymi danymi dotyczącymi intensywności oprocentowania i umieralności oznaczonymi jako $\delta^{(I)}, \mu_x^{(I)}$ oraz $\delta^{(II)}, \mu_x^{(II)}$ odpowiednio. Załóżmy, że dla każdego wieku x zachodzi równość: $\mu_x^{(II)} - \mu_x^{(I)} + \delta^{(II)} - \delta^{(I)} = 0$. Wykaż, że skalkulowane w obu firmach jednorazowe składki netto $\bar{A}_x^{(I)}$, $\bar{A}_x^{(II)}$ spełniają równość: $\bar{A}_x^{(II)} = (1 - \frac{\delta^{(II)}}{\delta^{(I)}}) + \frac{\delta^{(II)}}{\delta^{(I)}} \bar{A}_x^{(I)}$.

2. Dla grupy 100 osób w wieku (x) (z dalszymi czasami życia będącymi niezależnymi zmiennymi los. o jednakowym rozkładzie) zaprojektowano ubezpieczenie rentowe, dające w zamian za jednorazową składkę netto Q dożywotnią rentę ciągłą z intensywnością 1 (w ciągu roku). Wiadomo, że ubezpieczyciel ustalił Q tak, by z prawdopodobieństwem 0.95 kwota zebranej składki (tj.$100Q$) pokrywała zakupione świadczenia. Przy założeniu znanych wielkości $\delta, \bar{a}_x, {}^2\bar{a}_x$, oblicz Q.

3. Wykaż formułę: $(DA)_{x^1:\overline{n}|} = \frac{nM_x + R_{x+n+1} - R_{x+1}}{D_x}$

4. Dla (30) oblicz jednorazową składkę netto w ubezpieczeniu terminowym, 10-cio letnim ze zmniejszającą się kwotą wypłacającym 10000 w momencie śmierci w pierwszym roku, 9000 w momencie śmierci w drugim roku, itd. Obliczenia przeprowadź przy założeniu jednostajnej umieralności, w oparciu o tablice funkcji komutacyjnych dla i=6%.

5. Rozpatrujemy dyskretne, bezterminowe ubezpieczenie rentowe wypłacające świadczenia na początku roku. Podaj, o ile procent jest niższa jednorazowa składka dla osoby w wieku $(x + 10)$ od analogicznej składki dla osoby w wieku x. Dane są $\frac{N_{x+10}}{N_x} = 0,31665$, ${}_{10|}\ddot{a}_x - {}_{11|}\ddot{a}_x = 0,42231$.

6. Rozważmy retę życiową terminową n-letnią dla (x), z rosnącą kwotą (o jeden z roku na rok) płatną z góry. Wówczas, zdyskontowana wartość takiej wypłaty jest zmienną losową

$Y = \sum_{k=0}^{K}(k+1)v^k$, jeśli $0 \leq K \leq n-1$

lub $Y = \sum_{k=0}^{n-1}(k+1)v^k$, jeśli $K \geq n$.

Wykaż, że jednorazowa składka netto $(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|}$ dla takiej renty spełnia formułę: $(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = \frac{S_x - S_{x+n} - nN_{x+n}}{D_x}$. Podobnie, zachodzi zależność: $(I\ddot{a})_x = \frac{S_x}{D_x}$.

7. Udowodnij związek: $\ddot{a}_x = d(I\ddot{a})_x + (IA)_x$.

8. Pokaż, że:
i) $a_x^{(m)} = \ddot{a}_x^{(m)} - \frac{1}{m}$ ii) $a_{x:\overline{n}|}^{(m)} = \ddot{a}_{x:n|}^{(m)} - \frac{1}{m}(1 - {}_nE_x)$ iii) ${}_{n|r}\ddot{a}_x^{(m)} = {}_n E_x \ddot{a}_{x+n:\overline{r}|}^{(m)}$.

9. W oparciu o tablice funkcji komutacyjnych (i = 6%) oblicz:
$\ddot{a}_{30}^{(12)}$, $A_{30}^{(12)}$, $a_{30:\overline{10}|}^{(12)}$.