**IV ROK MATEMATYKI**
**Matematyka ubezpieczeniowa- lista 6.**

1. Przy założeniu jednostajnej umieralności ( w oparciu o tablice funkcji komutacyjnych i=6%) oblicz:
$\bar{P}(\bar{A}_{35^1:\overline{10}|})$, $P(\bar{A}_{35:\overline{10}|})$, $P_{35:\overline{10}|}$,

2. Podaj interpretację, wzór i przedstaw ( przy zał. jednostajnej umieralności) w języku funkcji komutacyjnych składki: ${}_hP^{(m)}(\bar{A}_{x:\overline{n}|})$, ${}_hP^{(m)}(\ddot{a}_{x:\overline{n}|})$, ${}_hP^{(m)}((I\bar{A})_{x^1:\overline{n}|})$, $P^{(m)}((\bar{I}\bar{A})_{x^1:\overline{n}|})$, $P(A_x^{(m)})$.

3. Wykaż równość: ${}_hP_{x^1:\overline{m+n}|} - {}_hP_{x^1:\overline{m}|} = {}_hP({}_{m|n}A_x)$.

4. Dane są $P(IA)_x = 0,473$, $P(IA)_{x+20} = 0,652$, $P_{x:\overline{20}|^1} = 0,0273$, $P_{x+20} = 0,0487$, $\ddot{a}_x = 17,43$, $\ddot{a}_{x:\overline{20}|} = 13,27$, $\ddot{a}_{x+20} = 11,47$. Wyznacz $P(IA)_{x^1:\overline{20}|}$.

5. Rozważmy ubezpieczenie na wypadek śmierci płatne na koniec kwartału, w którym nastapiła śmierć z sumą ubezpieczenia 10 tys., dla (20). W oparciu o tablice (i=6%) wyznacz miesięczną składkę przy założeniu, że składka będzie płatna z dołu przez 10 lat.

6. Załóżmy, że (20) ma zamiar wykupić ubezpieczenie na wypadek śmierci z wypłatą 10 tys. na koniec roku śmierci. Ubezpieczyciel zaproponował dwa sposoby kalkulacji składki rocznej płatnej z góry. Składkę pierwszą $P_{20}$ skalkulowano w oparciu o zasadę równoważności. Drugą składkę $Q$ skalkulowano tak, by sumaryczna funkcja straty dla 100 takich "niezależnych" ubezpieczonych była dodatnia z prawdopodobieństwem 0.05. Który sposób powinien wybrać zainteresowany tym ubezpieczeniem, jeśli dane jest ${}^2A_{20} = 0.05$ i wiadomo, że ubezpieczyciel korzystał z tablic (danych) i=6%? (wsk. Przy kalkulacji składki $Q$ skorzystaj z CTG).

7. Osoba (25) zawiera następujące ubezpieczenie na wypadek śmierci z wypłatą w chwili śmierci: w wysokości 10 tys., jeśli śmierć nastąpi przed osiągnięciem wieku 35 lat oraz z wypłatą 20 tys., jeśli śmierć nastąpi w wieku późniejszym. W umowie ustalono, że ubezpieczony opłaca składki przez 10 lat, raz w roku z góry rosnąco tzn. $P, 2P, 3P, ..., 9P$. Wyznacz czynnik $P$, jeśli dla kalkulacji ubezpieczyciel przyjął założenie jednostajnej umieralności w ciągu roku oraz obliczenia wykonano w oparciu o tablice (dane) przy stopie $i = 6\%$.

8. Rozwiąż zadanie 7 przy założeniu, że składki są płacone malejąco, tzn. $10P, 9P$ itd. (wsk.Wyraź wielkość: $(D\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1}(n-k)v_k^k p_x$ w języku funkcji komutacyjnych.)

9. Rozważmy dożywotnie ubezpieczenie na życie osoby $(x)$ ze stałą składką płatną na początku roku przez pierwsze 20 lat ubezpieczenia. Świadczenie śmiertelne jest wypłacane na koniec roku śmierci. Niech dla $a$ z przedziału $[1, 100]$ $P(a)$ oznacza składkę za ubezpieczenie, które zapewnia świadczenie śmiertelne w wysokości $100a$, gdy śmierć nastąpi w okresie płacenia składek, oraz $1000(100-a)$, gdy później. Podaj $P(55)$, jeśli $P(45) = 2285$ oraz $P(65) = 2905$.

10. Rozpatrujemy dyskretny model bezterminowego ubezpieczenia na życie dla $(x)$ z roczną składką płatną na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Wraz z wypłatą sumy ubezpieczenia zwracana jest również część składki z roku śmierci za okres od dnia śmierci do końca roku, proporcjonalnie do długości tego okresu. Zwracana składka jest oprocentowana stopą techniczną. Podaj roczną składkę netto za 10000 sumy ubezpieczenia, jeśli $A_x = 0,440$ oraz $i = 4\%$. Przyjmijmy jednostajny rozkład śmiertelności w ciągu roku.

11. Rozpatrujemy $n$-letnie ubezpieczenie na życie bez opcji na dożycie dla $(x)$, ze składką płatną raz w roku, na początku roku, przez cały okres ubezpieczenia. Świadczenie śmiertelne w wysokości 100000 jest wypłacane na koniec roku śmierci. Podaj, o ile wzrośnie roczna składka netto, jeśli ubezpieczenie zostanie zawarte na $n+1$ lat. Dane są $D_x = 47678$, $N_x = 603133$, $D_{x+n} = 9739$, $N_{x+n} = 59888$, $D_{x+n+2} = 7479$, $N_{x+n+2} = 41574$.

12. Rozpatrujemy ciągły model bezterminowego ubezpieczenia na życie ze stałą składką płaconą przez cały okres ubezpieczenia. Dla osoby (40) z populacji de Moivre'a z parametrem $\omega = 90$ wystawiono polisę, która, jeśli śmierć nastąpi w wieku $(40+t)$ wypłaca $e^0_{40+t}1000$ zł. Podaj roczną intensywność składki w tym ubezpieczeniu.

13. Rozważmy ciągły model 20-letniego ubezpieczenia na dożycie z sumą ubezpieczenia 10000 zł. Składka jest płacona przez cały okres ubezpieczenia z malejącą intensywnością $\pi(t) = \overline{P}(1 - \frac{\bar{a}_{x:\overline{t}|}}{\bar{a}_{x:\overline{20}|}})$ $0 \leq t \leq 20$. Wyznacz $\overline{P}$, jeśli ubezpieczeni są z populacji o wykładniczym rozkładzie czasu trwania życia, $\mu = 0,03$, $\delta = 0,02$.

14. W pewnym ubezpieczeniu rentowym dla osoby w wieku $x$ lat ubezpieczony płaci przez ustaloną liczbę lat składki netto w formie renty ciągłej ze stałą intensywnością $\overline{P}$ na rok, a następnie otrzymuje dożywotnią rentę ciągłą płacącą z tą samą intensywnością $\overline{P}$ na rok. Oblicz długość okresu płacenia składek, jeśli wiadomo, że długość życia w tej populacji ma rozkład wykładniczy z parametrem $\mu = 0,03$, a intensywność technicznego oprocentowania wynosi $\delta = 0,05$.