

IV ROK MATEMATYKI
Matematyka ubezpieczeniowa- lista 9.

1. Wykaż, że $\bar{A}_{xy^2} = \int_0^\infty v^s \bar{A}_{y+ss} p_{xy} \mu_{x+s} ds$.

2. Oblicz ${}_{25}q_{25:50^2}$, jeśli $\mu_x = \frac{1}{100-x}, x \in [0, 100)$.

3. Przy założeniu prawa umieralności Gompertza, wykaż: $\bar{A}_{\overline{xy^1}:\overline{n}|} = \bar{A}_{w^1:\overline{n}|}$, gdzie w oznacza taki wiek, że $c^x + c^y = c^w$ (c - jest stałą występującą w prawie Gompertza) a stąd dalej pokaż, że $\bar{A}_{x^1y:\overline{n}|} = \frac{c^x}{c^w} \bar{A}_{w^1:\overline{n}|}$.

4. Przy założeniu prawa Makehama z parametrami $A = 0.003, c^{10} = 3$, oblicz ${}_\infty q_{40^1:50}$, jeśli wiadomo, że $e_{40:50}^0 = 17$.

5. Mąż (30) wykupił dla żony (20) polisę na wypadek swojej (pierwszej) śmierci, z wypłatą w momencie śmierci 80 tys. Ubezpieczyciel zaproponował dwa warianty płatności składki:

i) składki płacone są do pierwszej śmierci (30,20) w formie renty płatnej w sposób ciągły z intensywnością roczną P_2 .

ii) składki płacone są do momentu śmierci męża (o ile żyje żona) w formie renty płatnej w sposób ciągły z roczną intensywnością P_1 .

Oblicz intensywności składek w obu wariantach wiedząc, że: $\mu_{30+t}^{(m)} = 0.02$, $\mu_{20+t}^{(z)} = 0.01, \delta = 0.05$.

6. Rozważmy rodzinę: ojciec (x), matka (y) i dziecko (z), przy założeniu: $x > y > z$. Ubezpieczenie dotyczy kwoty jednostkowej wypłacanej dziecku w momencie śmierci matki, przy założeniu, że dziecko zostaje sierotą. Zakładając niezależność dalszych czasów życia $T(x), T(y)$ i $T(z)$:

a) podaj wartość średnią (jednorazową składkę netto) zdyskontowanej na moment ubezpieczenia wypłaty w tym ubezpieczeniu.

b) wykaż, że jednorazowa składka netto w tym ubezpieczeniu jest równa (również) wyrażeniu:

$$\int_0^\infty v^t \bar{A}_{y+t^1:z+tt} p_{xy} \mu_{x+t} dt.$$

7. Mężczyzna (x) zakupił ubezpieczenie bezterminowe na wypadek śmierci (na kwotę jednostkową), płatne w chwili śmierci, o ile żyje jedna z jego żon: obecna (y) lub poprzednia (z). Przy założeniu niezależności dalszych czasów życia: $T(x), T(y), T(z)$ oraz stałych intensywności $\mu_x = 3\mu_y = 2\mu_z = 1$, oblicz prawdopodobieństwo wypłaty tego ubezpieczenia w ciągu roku.

8. Małżeństwo: żona (50) i mąż (25) zakupiło polisę ubezpieczenia (jednostkowego) terminowego 15-letniego, z wypłatą w chwili śmierci opłacając jednorazową składkę netto $P = \bar{A}_{50:25:\overline{15}|}$. Jednak żona mając na uwadze swój wiek postanowiła zamienić zakupione ubezpieczenie na nowe - zabezpieczające

męża, w wypadku jej pierwszej śmierci, z tym samym okresem ubezpieczenia. Dla potrzeb kalkulacji opłaty za nową polisę ubezpieczyciel przyjął następujące założenia:

- intensywność umieralności jest zgodna z prawem Makehama: $A = 2$, $c = 2$,
- dalsze czasy życia męża i żony są niezależne,
- zapłaconą składkę P uwzględniono na poczet opłaty, w formie jednorazowej składki netto, za nowe ubezpieczenie,
- przyjęto, że $\bar{a}_{50:25:\overline{15}|} = \frac{1-P}{\delta}$, (δ znana). Roztrzygnij, czy za zamianę ubezpieczenia żona zapłaci więcej niż w pierwotnym wariancie kontraktu.