

Badania Operacyjne

Laboratorium

Gry dwuosobowe o sumie zero

1. Rozwiązać dokładnie grę dwuosobową o sumie zero:

Strategie		Gracz B			
		b_1	b_2	b_3	b_4
Gracz A	a_1	1	3	5	8
	a_2	-2	3	4	5
	a_3	7	-1	1	0

2. Dana jest macierz wypłat dla pewnej gry dwuosobowej o sumie zero:

Strategie		Gracz B		
		b_1	b_2	b_3
Gracz A	a_1	2	-1	7
	a_2	4	α	5
	a_3	3	5	9

- a) Dla jakich wartości parametru α gra ma rozwiązanie w zbiorze strategii czystych, a dla jakich w zbiorze strategii mieszanych?
- b) Przyjmując dowolną wartość parametru α sprowadzić grę do ZPL i rozwiązać.
3. Zaimplementować algorytm Browna i zastosować go do rozwiązania zadania 1. Zbadać jak wpływa liczba wykonanych kroków algorytmu na jakość rozwiązania.
4. Gra dwuosobowa o sumie zero jest opisana następującą macierzą zysków gracza A:

$A \setminus B$	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8
a_1	-50	-10	-10	0	10	-100	-50	100
a_2	-80	-10	150	-60	160	-120	40	-40
a_3	-20	50	-60	50	100	30	70	-140
a_4	70	-60	-130	60	-160	-40	210	30
a_5	-90	-10	50	-20	-10	10	-140	160
a_6	-120	-40	-90	-210	-70	-40	-100	70

- a) znaleźć wszystkie strategie zdominowane,
- b) rozwiązać grę w sposób dokładny,
- c) znaleźć rozwiązanie z użyciem algorytmu Browna.
5. Rozważyć następującą tabelę wypłat z parametrami $\alpha \in [0, \frac{1}{2}]$ oraz $\beta \in [-\frac{1}{2}, 0]$:

Strategie		Gracz B		
		b_1	b_2	b_3
Gracz A	a_1	$\frac{\alpha-\beta}{2}$	2	0
	a_2	1	-1	2
	a_3	-2	3	$\alpha + \beta$

Znaleźć wartości α i β oraz rozwiązanie gry dla których

- a) wygrana gracza A będzie maksymalna,
 b) przegrana gracza B będzie minimalna.
6. Gracze A i B uczestnicząc w pewnej grze mogą obstawić w każdym posunięciu dowolnie stawki s_A i s_B ze zbioru $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Wygrana gracza A (a strata B) wynosi $(s_A - s_B)^2 - 3$. Oprócz wyboru stawki, każdy z graczy może zdecydować niezależnie od drugiego, czy stawkę przeciwnika pozostawić bez zmian lub podwyższyć albo obniżyć o 1. Znaleźć rozwiązanie gry, gdy decyzja o zmianie stawki przeciwnika podejmowana jest:
- a) bez znajomości stawki jaką obstawił oponent.
 b) po wcześniejszym ujawnieniu stawki przeciwnika.
7. W podanej poniżej grze, gracz A nie może stosować żadnej ze swoich strategii rzadziej niż dwa na dziesięć razy, a gracz B częściej niż pięć na dziesięć razy. Rozwiązać grę.

$A \backslash B$	b_1	b_2	b_3
a_1	5	3	2
a_2	-3	4	1
a_3	-2	3	6

8. Dwie firmy X i Y produkujące układy scalone konkurują ze sobą oferując ten sam produkt. Obie zastanawiają się nad wdrożeniem drogiej ale efektywnej technologii produkcji. Jeżeli obie zdecydują się na uruchomienie nowoczesnej linii produkcyjnej, to ich zyski wyniosą odpowiednio 100 i 50 mln \$. W przypadku gdy X uruchomi nową linię, a Y nie, to ich zyski wyniosą odpowiednio 150 i 25 mln. Gdy X nie wdroży nowej technologii, a Y tak, to zarobią 40 i 80 mln. Jeżeli zaś obie firmy nie zdecydują się na wdrożenia to ich zyski będą odpowiednio 80 mln dla X oraz 60 mln dla Y . Zapisać macierz wypłat dla tej gry oraz ją rozwiązać.