

Badania Operacyjne

Laboratorium

Gry z naturą

1. Rolnik posiadający glebę klasy III ma wybrać pod uprawę jeden z trzech rodzajów zboża. Plony tych zbóż z 1 ha w kwintalach, w zależności od warunków klimatycznych w przyszłym roku, zestawiono w tabeli poniżej. Który z rodzajów zbóż powinien wybrać pod uprawę?

| Rodzaj zboża | Stany natury | | | |
|--------------|--------------|------|------|------|
| | I | II | III | IV |
| Żyto | 24,5 | 18,0 | 18,0 | 16,0 |
| Pszenica | 18,0 | 32,0 | 24,0 | 21,0 |
| Jęczmień | 15,0 | 19,0 | 26,0 | 19,0 |

Zastosować kryteria Walda (*reguła maxmin*), Hurwicza ($\gamma = 0,8$) oraz Savage'a.

2. Przedsiębiorstwo przemysłowe może produkować jeden z czterech rodzajów wyrobów A, B, C, D . W tabeli poniżej zebrano zyski (straty) ze sprzedaży tych wyrobów w zależności od popytu kształtowanego przez modę (stan koniunktury I,II,III,IV). Wybrać wyrób do produkcji stosując kryteria Bayesa oraz Savage'a.

| Typ wyrobu | Stan koniunktury | | | |
|------------|------------------|----|-----|-----|
| | I | II | III | IV |
| A | 5 | 15 | 10 | 0 |
| B | 10 | 10 | -20 | 30 |
| C | 40 | 0 | 50 | -30 |
| D | 60 | 0 | 20 | 10 |

3. Zrzeszenie przedsiębiorstw zamierza zwiększyć swój potencjał przemysłowy dzięki wybudowaniu nowego zakładu. Istnieją cztery warianty planu inwestycyjnego: 5, 10, 15 i 20 mln zł, które w zależności od szeregu czynników losowych (stanów natury) mogą dać różne przyrosty produkcji. Wyróżniono 4 istotnie różne stany czynników losowych (tabela poniżej). Jako kryterium przyjęto uzyskanie możliwie wysokiego przyrostu produkcji w stosunku do poniesionych nakładów inwestycyjnych.

| Warianty i nakłady inwestycyjne (w mln zł) | | Udział przyrostu produkcji w poniesionych nakładach w przypadku wystąpienia stanu natury: | | | |
|--|----|---|-----|-----|-----|
| | | I | II | III | IV |
| w_1 | 5 | 0,5 | 0,6 | 0,4 | 0,5 |
| w_2 | 10 | 0,1 | 0,7 | 0,4 | 0,7 |
| w_3 | 15 | 0,8 | 0,2 | 0,5 | 0,5 |
| w_4 | 20 | 0,1 | 0,8 | 0,5 | 0,7 |

Który wariant inwestycyjny powinien wybrać dyrektor zrzeszenia

- a) będąc pesymistą?
- b) będąc optymistą?

4. Zespół elektrowni w ramach inwestycji w sieci energetyczne ma do wyboru cztery konkurencyjne technologie przesyłu energii. Zauważono, że transfer energii w sieci przesyłowej zależy od dwóch niezależnych czynników losowych: stanu obciążenia sieci oraz sprawności zespołu transformatorów i generatorów. Wyróżniono 3 podstawowe stany obciążenia sieci: niski, średni i wysoki, a odpowiadające im możliwości transferowe (w MW) przedstawia poniższa tabela

| Rodzaj technologii | Stan obciążenia | | |
|--------------------|-----------------|--------|--------|
| | niski | średni | wysoki |
| I | 120 | 130 | 150 |
| II | 110 | 140 | 160 |
| III | 100 | 120 | 180 |
| IV | 120 | 150 | 160 |

przy czym szanse na wystąpienie stanów obciążenia sieci oszacowano jako 30%, 50% i 20% odpowiednio dla stanu niskiego, średniego i wysokiego. Sprawności urządzeń energetycznych są bezpośrednio powiązane z trybem ich pracy. W zależności od różnych czynników losowych wyróżniono 3 istotne tryby pracy, które są jednakowo możliwe, a odpowiadające im sprawności zestawione są w poniższej tabeli

| Rodzaj technologii | Tryb pracy | | |
|--------------------|------------|-----|-----|
| | A | B | C |
| I | 94% | 91% | 88% |
| II | 89% | 91% | 93% |
| III | 95% | 88% | 92% |
| IV | 92% | 92% | 92% |

Ceny zastosowania technologii I,II,III,IV układają się w proporcji 1:0,95:0,9:1,2. Jaki wariant technologiczny należy wybrać, jeżeli zarząd przedsiębiorstwa ustalił, że będzie się kierować kryterium stosunku wielkości średniego przesyłu do ceny?

5. W funduszu inwestycyjnym opracowano trzy strategie lokowania środków na giełdzie w zależności od trzech możliwych stanów indeksu WIG20. Stopa zwrotu dla różnych możliwych scenariuszy podana jest w tabeli poniżej.

| Strategia lokowania | Stan indeksu WIG20 | | |
|---------------------|--------------------|----|-------------------|
| | A | B | C |
| I | $10 + 20\gamma$ | 17 | 18 |
| II | 16 | 18 | 15 |
| III | $18 - \gamma$ | 18 | $25\gamma^2 + 11$ |

Na zebraniu rady nadzorczej do wyboru najlepszego wariantu inwestycyjnego zdecydowano się wybrać kryterium Hurwicza, ale ponieważ stopień ryzyka przy inwestowaniu wpływa na stopę zwrotu, nie określono z góry współczynnika ostrożności γ . Znaleźć najbardziej korzystny wariant inwestycyjny oraz określić wartość współczynnika γ maksymalizującego wygraną w grze.

6. W lokalnej sieci komputerowej składającej się ze 100 komputerów, z których każdy ma połączenie z każdym, administrator próbuje skonfigurować program monitorujący transfer w sieci, tak żeby zmaksymalizować szanse na wykrycie anomalii świadczących o ataku hakerskim. W danej chwili czasowej program może obserwować dowolny podzbiór n komputerów w sieci, jednak badania empiryczne pokazują, że ze względu na ograniczone możliwości analityczne szanse na wykrycie anomalii w czasie rzeczywistym na pojedynczym komputerze stają się wtedy proporcjonalne do iloczynu liczb połączeń pomiędzy komputerami w obserwowanej grupie, w nieobserwowanej grupie oraz pomiędzy obu grupami. Sformułować formalnie grę i znaleźć jej rozwiązanie.
7. Pewnego dnia ojciec, zamiast wypłacić synowi jak zwykle kieszonkowe, zaproponował mu następującą grę: Do dwóch kapeluszy ojciec wrzucił razem pięć banknotów 10 złotych. Syn, nie wiedząc jak ojciec rozmieścił banknoty w kapeluszach, może w nich rozmieścić dowolnie pięć banknotów 100 złotych. Następnie, gdy syn nie patrzy ojciec może dokonać zamiany kapeluszy, a potem syn wybiera jeden z nich i wyciąga pojedynczy banknot. Jeżeli jest to banknot 100 złotowy to stanowi on kieszonkowe syna, ale gdy jest to nominał 10 zł to syn nie dostaje nic. W jaki sposób syn powinien rozmieścić banknoty, żeby zmaksymalizować szanse na swoje kieszonkowe? Rozpisać tabelę wypłat i rozwiązać grę.
8. Superagent Hans Kloss musi przesłać do Centrali tajną wiadomość o planach Wehrmachtu w trakcie następnego uderzenia. Radiostacja Centrali prowadzi nasłuch każdego dnia od losowego momentu pomiędzy godziną 20:00 a 21:00 przez 10 minut. Poprzedniego wieczoru w kantine Hermann Brunner wygadał się Hansowi, że Gestapo będzie także prowadzić nasłuch w tych samych godzinach počawszy od dowolnie wybranej chwili przez 20 minut. Sprytny agent przygotował zatem drugą fałszywą wiadomość, która ma

wprowadzić Gestapo w błąd. Hans może wysyłać wiadomości pojedynczo w odstępach 25 minutowych o godzinie: 20:05, 20:30 lub 20:55. Klossowi zależy, żeby obie wiadomości trafiły do adresatów (prawdziwa do Centrali, a fałszywa do Gestapo) tak, żeby nie zostały podsłuchane przez drugą stronę (prawdziwa przez Gestapo, a fałszywa przez Centralę). Ponieważ jednak za najważniejsze zadanie uznał przekazanie wiadomości prawdziwej, to utworzył sobie ranking istotności potencjalnych sytuacji podany w tabeli poniżej, przy czym niedopuszczenie do podsłuchania wiadomości podwyższa jej ranking o 3, a podsłuchanie obniża o 4.

| Wiadomość | prawdziwa | fałszywa |
|---------------|-----------|----------|
| przekazana | 3 | 2 |
| nieprzekazana | -1 | 0 |

Istnieje ponadto możliwość niewysłania wiadomości, która w rankingu ma wartość neutralną 0, gdy Gestapo nasłuchuje i -1 w przeciwnym razie. W jakiej kolejności i o jakich porach agent J-23 powinien wysyłać wiadomości, żeby zmaksymalizować oczekiwany wynik w niebezpiecznej grze o stawce „większej niż życie”, którą prowadzi. Utworzyć tabelę wypłat gry, a następnie ją rozwiązać.