

Elementy statystyki matematycznej – laboratoria

Rozkłady zmiennych losowych (2 godziny)

Program ćwiczeń obejmuje następująca zadania:

1. Zapoznać się z następującymi funkcjami Excela umożliwiającymi otrzymywanie wyników liczbowych w zadaniach niniejszego ćwiczenia:
 - (a) `rozkład.dwum`,
 - (b) `rozkład.poisson`,
 - (c) `rozkład.normalny`, `rozkład.normalny.odw`,
 - (d) `rozkład.normalny.s`, `rozkład.normalny.s.odw`.
2. W pewnym przedsiębiorstwie zatrudniającym 60 pracowników pracuje 14 kobiet. W lipcu ubiegłego roku 20 pracowników dostało awans. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w grupie tej znalazły się przynajmniej dwie kobiety?
3. Prawdopodobieństwo, że noworodek jest chłopcem jest równe 0.52. Jaki jest rozkład ilości chłopców wśród 50 noworodków? Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród nich jest równa ilość chłopców i dziewczynek?
4. Student zostaje zarejestrowany na następny semestr, o ile zaliczy co najmniej $n - 2$ przedmioty spośród n ($n > 2$) obowiązujących na danym semestrze. Zakładamy, że poszczególne zaliczenia przebiegają niezależnie od siebie, a prawdopodobieństwo niezaliczenia jest równe 0.1. Znaleźć prawdopodobieństwo, że student zostanie zarejestrowany na następny semestr.
5. Liczbę telefonów X otrzymywanych w ciągu godziny przez serwis firmy sprzedającej kserografy opisuje rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 2.5$. Obliczyć i naszkicować dystrybuantę $F(x)$.
6. Załóżmy, że idziesz na przyjęcie, na którym jest 500 gości (włącznie z Tobą). Jakie jest prawdopodobieństwo, że dokładnie jeden inny gość ma urodziny tego samego dnia roku, co Ty? Oblicz tę wartość dokładnie i w sposób przybliżony – z zastosowaniem rozkładu Poissona (założyć, że rok nie jest przestępny).

Tabela 1: **Rozkład normalny:** Wartości funkcji Laplace'a $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$.

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	.500	0.50	.691	1.00	.841	1.50	.933	2.00	.977	2.50	.9938	3.00	.9986
0.05	.520	0.55	.709	1.05	.853	1.55	.939	2.05	.980	2.55	.9946	3.05	.9988
0.10	.540	0.60	.726	1.10	.864	1.60	.945	2.10	.982	2.60	.9954	3.10	.9990
0.15	.560	0.65	.742	1.15	.875	1.65	.951	2.15	.984	2.65	.9960	3.15	.9992
0.20	.579	0.70	.758	1.20	.885	1.70	.955	2.20	.986	2.70	.9966	3.20	.9993
0.25	.599	0.75	.773	1.25	.894	1.75	.960	2.25	.988	2.75	.9970	3.25	.9994
0.30	.618	0.80	.788	1.30	.903	1.80	.964	2.30	.989	2.80	.9974	3.30	.9995
0.35	.637	0.85	.802	1.35	.911	1.85	.968	2.35	.991	2.85	.9978	3.35	.9996
0.40	.655	0.90	.816	1.40	.919	1.90	.971	2.40	.992	2.90	.9982	3.40	.9996
0.45	.674	0.95	.829	1.45	.926	1.95	.974	2.45	.993	2.95	.9984	3.45	.9997

7. Prawdopodobieństwo, że kompania paliwowa dokonująca poszukiwań ropy trafi na złożę, wynosi 0.2. Załóżmy, że planuje ona przeprowadzenie serii wierceń. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w piątym wierceniu trafi na złożę?
8. Masa ciała w populacji studentów pewnej uczelni ma rozkład normalny $\mathcal{N}(71, 12)$. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że masa ciała przypadkowo wybranego studenta należy do przedziału $(60, 66)$.
9. Temperatura w pewnym mieście jest modelowana jako zmienna losowa $T \sim \mathcal{N}(10^\circ, 10^\circ)$. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że temperatura w losowo wybranej chwili czasu nie przekroczy 15° ?
10. Mierząc rezystancję R rezystorów na linii produkcyjnej, akceptujemy jedynie sztuki z zakresu od 96 do 104 Ω . Określić procent przyjętych jednostek, jeżeli R ma rozkład normalny $\mathcal{N}(100, 2)$.
11. Kąt ugięcia belki wspornikowej jest zmienną losową $X \sim \mathcal{N}(0.08, \sigma)$. Wiedząc, że

$$P(X > 0.11) = 0.067$$

wyznaczyć wartość σ .

12. Niech $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$. Określić prawdopodobieństwa zdarzeń $\{X \geq k\sigma\}$ oraz $\{|X| \leq k\sigma\}$ dla $k = 1, 2, 3$.