

Metody analizy danych

Laboratorium

Metody optymalizacji

Z zastosowaniem modułu SOLVER programu EXCEL zrealizować następujące zadania:

1. Znaleźć rozwiązania poniższych zadań programowania liniowego:

a) $\min[-6x_1 - 2x_2]$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 9 \\ 3x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

b) $\max[x_1 + 2x_2]$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 5 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \leq 0 \end{cases}$$

2. Firma potrzebuje węgiel z zawartością fosforu nie większą niż 0.03% i zawartością cynku nie większą niż 3.25%. Dostępne są trzy gatunki węgla A, B i C po następujących cenach za tonę:

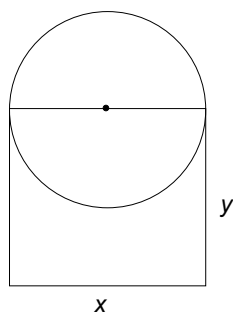
Gatunek węgla	Zaw. P [%]	Zaw. Zn [%]	Cena [\$]
A	0.06	2.0	30
B	0.04	4.0	30
C	0.02	3.0	45

Jak należy je zmieszać, aby otrzymać najniższą cenę i jednocześnie spełnić ograniczenia na zawartość zanieczyszczeń?

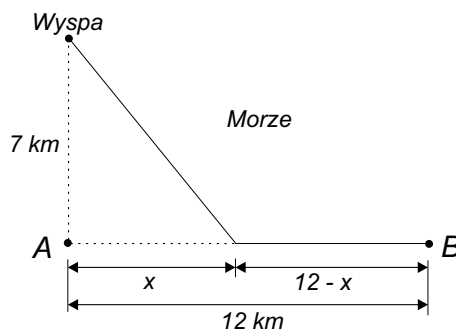
3. Organizm mężczyzny pracującego fizycznie wymaga dostarczenia dziennie co najmniej 5000 jednostek witaminy A i 1,4 jednostek witaminy B₁ oraz co najmniej 75 jednostek witaminy C. Tabela podaje zawartość witamin w 1 kg niektórych produktów oraz ceny tych produktów. Należy tak zaplanować zakup produktów na 10 dni, aby łączny koszt zakupu był minimalny.

Witamina	Drób	Ryby	Mleko	Chleb
A	2500	10200	1400	–
B ₁	0,6	0,3	0,5	3
C	–	10	10	–
Cena 1 kg	2,7	3,4	1,5	3,5

4. Firma postanowiła rozdzielić pewną kwotę z budżetu na trzyletni plan rozwojowy, tak żeby w kolejnych okresach nakłady nie malały. Ponadto kwota w pierwszym roku nie może być mniejsza niż czwarta część całego nakładu, a suma kwot z pierwszego i trzeciego roku nie może być wyższa od podwojonej kwoty z drugiego roku. W jaki sposób zaplanować rozdział inwestowanych środków, tak żeby średni przyrost w całym okresie był możliwie największy?
5. (*) Programista ma za zadanie zaprogramować generator losowy zwracający liczby całkowite od 1 do 5. Liczby parzyste muszą występować z prawdopodobieństwem dwukrotnie wyższym niż nieparzyste, a suma prawdopodobieństw dla każdej pary liczb o sumie 7 nie może być mniejsza od 0,1. Jakie prawdopodobieństwa dla każdej liczby powinien przypisać programista jeżeli zadaniem generatora jest
- maksymalizacja wartości oczekiwanej wyniku,
 - minimalizacja wariancji wyniku.
6. (*) Uczestnik rajdu ma do pokonania kolejno cztery odcinki specjalne o długościach: 30, 40, 10 i 20 km. Z powodów ograniczeń technicznych i wytrzymałościowych samochodu, średnia prędkość osiągnięta na każdym odcinku nie może przekroczyć 180 km/h, a na każdym dwóch kolejnych odcinkach nie może przekroczyć 150 km/h. Jakie prędkości średnie na każdym odcinku powinien osiągać, żeby czas pokonania całej trasy był minimalny?



Rys. 1. Okno z zadania 7.



Rys. 2. Rysunek do zadania 8.

7. Architekt ma zaprojektować okno o kształcie przedstawionym na Rys. 1 w taki sposób, że jego obwód wynosi 12 m, a powierzchnia jest maksymalna. Określić optymalne rozmiary okna.
8. Należy położyć kabel telefoniczny łączący wyspę z nadmorskim miastem B (Rys. 2). Linia łącząca punkty A i B odpowiada brzegowi morskiemu. Położenie 1 km kabla wzdłuż brzegu kosztuje 6000 PLN, a 1 km pod wodą 9000 PLN. Określić najtańszy sposób połączenia wyspy z miastem B.
9. W dwóch miejscowościach A i B istnieje zapotrzebowanie na opryski ochronne przy użyciu herbicydów. W obu miejscowościach potrzeba po 6 samolotów celem realizacji zadania. Wiadomo, że 3, 4 i 5 samolotów można otrzymać odpowiednio z lotnisk L_1 , L_2 i L_3 .

Jak należy rozdzielić samoloty pomiędzy miejsca A i B, aby zminimalizować ich całkowity przelot? Odległości z lotnisk do miejscowości A i B przedstawia poniższa tabela:

Lotnisko	Odległość od punktów	
	A	B
L_1	12	15
L_2	7	14
L_3	16	5

10. Znaleźć wymiary trójkąta o powierzchni równej 1 i maksymalnym obwodzie.
11. Znaleźć maksymalną odległość pomiędzy okręgiem $x^2 + y^2 = 1$ a elipsą $(x + 4)^2 + 2(y + 3)^2 = 1$.
12. Metalowa belka ma przekrój eliptyczny o polu powierzchni 4. Z przyczyn konstrukcyjnych suma pól osi belki musi mieć minimalną wartość. Wyznaczyć parametry przekroju.
13. (*) Symetryczny dach dwuspadowy ma długość podstawy równą 10 m. Określić nachylenie dachu α , które gwarantuje najkrótszy czas spływu wody deszczowej z dachu.
14. (*) Felix Baumgartner skoczył z wysokości $h_{\max} = 39$ km z nieruchomo zawieszonego balonu. Wyznaczyć prędkość maksymalną spadania przy założeniu, że siła oporu powietrza jest wprost proporcjonalna do kwadratu prędkości, tzn. $F_{op} = k(h)v^2$, a współczynnik oporu $k(h)$ maleje z szóstą potęgą od wysokości. Na wysokości 39 km powietrze jest tak rozrzedzone (próżnia techniczna), że można założyć $k(h_{\max}) = 0$, natomiast nad poziomem morza przyjąć $k(0) = 0,235$ kg/m. Masa skoczka w pełnym oprzyrządowaniu to $m = 120$ kg.