LISTA nr 1

Elementy logiki i teorii mnogości: rachunek zdań, algebra zbiorów, produkt kartezjański zbiorów. Kresy zbiorów.

Zad.1 Wzorując się na schemacie dokończyć zdania:

$(a \le b) \Leftrightarrow (a < b) \vee (a = b), \quad a, b \in R$

a) $(a \ge b) \Leftrightarrow$ ... b) $(a{\cdot}b=0) \Leftrightarrow$ ... c) $(a{\cdot}b\ge 0) \Leftrightarrow$... d) $(a{\cdot}b>0) \Leftrightarrow$ ...

e) $(a{\cdot}b<0) \Leftrightarrow$ ... f) $(a/b=0) \Leftrightarrow$ ... g) $(a/b<0) \Leftrightarrow$ ... h) $(a/b>0) \Leftrightarrow$ ...

Zad.2 Sprawdzić, które z następujących funkcji zdaniowych są tautologiami:

a) $(p\Leftrightarrow q) \Rightarrow (p\Rightarrow q)$, b) $[(p\Rightarrow q) \wedge (r\Rightarrow q)] \Leftrightarrow [(p\vee r) \Rightarrow q]$, c) $p\Rightarrow\{p\Rightarrow [p\Rightarrow(p\Rightarrow p)]\}$,

d) $[p\Rightarrow(\sim p\wedge q)]\Rightarrow q$, e) $[(p\Rightarrow q) \wedge (p\Rightarrow r)] \Leftrightarrow [p\Rightarrow (q\wedge r)]$, f) $(p\Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q\Rightarrow \sim p)$.

Zad.3 Rozwiązać następujące równania i nierówności:

a) $x^2 - |5x+6| = 0$, b) $|x^2 - 5x + 6| = 0,$, c) $\big||x+1| - |x-1|\big| = 1$,

d) $|x+2| + |x-3| \le 5$, e) $|x^3 - 1| \langle x^2 + x + 1$, f) $\left|\dfrac{1}{x+2}\right| \langle \left|\dfrac{2}{x-1}\right|$.

Zad.4 Wyznaczyć zbiory: $A \cup B, A \cap B, A \cap B', A' \cup B, A \setminus B, B \setminus A, (A' \cap B') \cup A$, jeżeli:

a) $A = \{x \in R : |x-4| \le 3\}$ i $B = \{x \in R : |x-5| \langle 6\}$,

b) $A = \{x \in R : |x| \le 3\}$ i $B = \{x \in R : |x-4| \rangle 8\}$.

Zad.5 Wyznaczyć iloczyn kartezjański $A \times B, B \times A$, jeżeli:

a) $A = \{0,1\}, B = \{2,3\}$, b) $A = \{3\}, B = \{0,1,2\}$, c) $A = \langle -1,1\rangle, B = \{2\}$,

d) $A = \langle 2,4\rangle, B = (1,3\rangle$, e) $A = \{x \in N : -1 \le x \le 5\}, B = \{y \in R : y \rangle 3\}$.

Zad.6 Przedstawić na płaszczyźnie R^2 zbiory $A \cap B, B \setminus A$, jeżeli:

a) $A = \{(x;y) : x + y \rangle 2\}, \quad B = \{(x;y) : x^2 + y^2 \le 9\}$,

b) $A = \{(x;y) : x^2 + y < 3\}, \quad B = \{(x;y) : 1 \le x^2 + y^2 \le 4\}$.

Zad.7 Wyznaczyć (o ile istnieją) kresy zbiorów:

a) $A = \left\{x : x = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n, n \in N\right\}$, b) $B = \{x : x = t^2 - t, t \in R\}$,

c) $C = \left\{x : x = \dfrac{t}{t^2 - t}, t \in R\right\}$, d) $D = \left\{x : x = 1 + \dfrac{1}{n^2}, n \in N\right\}$.

Literatura pomocnicza:

W. Marek, J. Onyszkiewicz, "Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach",

J. Musielak, "Wstęp do matematyki".