

Przykładowy egzamin z analizy matematycznej 2

31 – 33	bardzo dobry
28 – 30	dobry plus
24 – 27	dobry
21 – 23	dostateczny plus
17 – 20	dostateczny
–16	niedostateczny

1. Podaj twierdzenie, w dowodzie którego korzysta się ze wzoru Taylora z resztą Peana. 2p.
2. Narysuj wykres funkcji $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ o wzorze $f(x) = 4x(1 - x)$ i wyznacz jej ekstrema lokalne. 3p.
3. Sformułuj warunek konieczny istnienia ekstremów lokalnych funkcji różniczkowalnej. 2p.

4. Uzasadnij wklęsłość funkcji \ln . 1p.

5. Wymień wszystkie prawdziwe związki pomiędzy monotonicznością, różniczkowalnością, całkowalnością, ciągłością i ograniczonością funkcji $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$. 3p.

6. Podaj przykłady pokazujące brak pewnych implikacji pomiędzy pojęciami wymienionymi w punkcie 7. 4p.

7. Określ pojęcie pierwotnej. 1p.

8. Zdefiniuj górną sumę całkową ustalonej funkcji ograniczonej dla ustalonego podziału jej dziedziny. Zilustruj to pojęcie odpowiednim rysunkiem. 2p.
9. Oblicz jacobian odwzorowania przyporządkowującego współrzędnym biegunowym punktu jego współrzędne kartezjańskie. 2p.
10. Sformułuj nierówność Schwarz'a. 2p.

11. Uzasadnij, że odwzorowanie liniowe jest równe swojej różniczce. 2p.
12. Podaj wzory na pochodną złożenia funkcji wielu zmiennych i różniczkę funkcji odwrotnej. 2p.
13. Zdefiniuj odwzorowanie regularne i dyfeomorfizm. 2p.
14. Podaj podstawowe własności odwzorowań regularnych i dyfeomorfizmów. 2p.
15. Czy odwzorowanie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ o wzorze $f(x, y) = (x + y, x - y)$ jest regularne? Czy jest dyfeomorfizmem? Odpowiedź uzasadnij. 3p.