

### Przykładowy egzamin z analizy matematycznej 3

–11	niedostateczny
12 – 14	dostateczny
15 – 16	dostateczny plus
17 – 19	dobry
20 – 21	dobry plus
22 – 24	bardzo dobry

1. Sformułuj warunek konieczny istnienia ekstremum lokalnego w punkcie różniczkowalności funkcji określonej na podzbiorze otwartym płaszczyzny. 2p.
2. Sformułuj warunek dostateczny istnienia ekstremum lokalnego funkcji klasy  $C^2$  określonej na podzbiorze otwartym płaszczyzny. 3p.
3. Podaj charakteryzację wypukłości funkcji klasy  $C^2$ , określonej na wypukłym podzbiorze otwartym przestrzeni  $\mathbb{R}^3$ . 3p.

4. Sprawdź, czy odwzorowanie  $\phi: (0, \infty)^2 \rightarrow (0, \infty)^2$ , o wzorze

$$\phi(x, y) = \left( \frac{y^2}{x}, \sqrt{xy} \right),$$

jest dyfeomorfizmem. 6p.

5. Znajdź równanie stycznej do okręgu o równaniu  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ , gdzie  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  i  $r \in (0, \infty)$ , w punkcie  $(x_0, y_0)$  tego okręgu. 4p.

6. Oblicz całkę krzywoliniową

$$\oint_{\gamma} \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2},$$

gdzie  $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  jest parametryzacją o wzorze  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$  okręgu jednostkowego. 3p.

7. Oblicz całkę krzywoliniową

$$\int_{\gamma} x^2 dy + y^2 dx,$$

gdzie  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  jest parametryzacją o wzorze  $\gamma(t) = (1 - t, t)$  odcinka  $[(1, 0), (0, 1)]$ . 3p.