CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **M-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny *Formuła 2023*

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

TEST DIAGNOSTYCZNY

Symbol arkusza
MMAP-P0-100-2212

DATA: **14 grudnia 2022 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

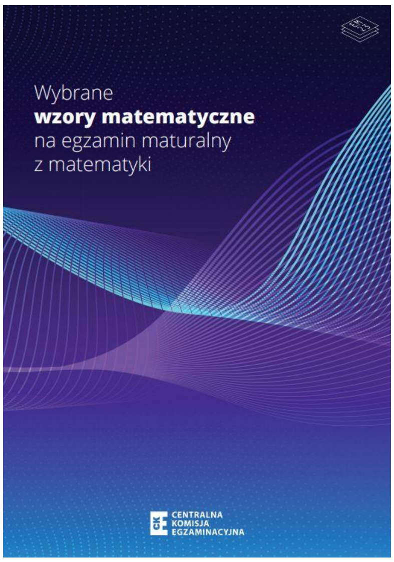
Uprawnienia zdającego do:
- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 32 strony (zadania 1–33). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
6. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
7. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
8. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
9. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z taką okładką, jak poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(5 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ jest równa

A. $\sqrt[6]{5}$ **B.** $\sqrt[3]{25}$ **C.** $\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt[3]{5}$

Brudnopis

Zadanie 2. (0–1)

Pan Nowak kupił obligacje Skarbu Państwa za $40\,000$ zł oprocentowane 7% w skali roku. Odsetki są naliczane i kapitalizowane co rok.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość obligacji kupionych przez pana Nowaka będzie po dwóch latach równa

A. $40\,000 \cdot (1{,}07)^2$ zł
B. $40\,000 \cdot (1{,}7)^2$ zł
C. $40\,000 \cdot 1{,}14$ zł
D. $40\,000 \cdot 1{,}49$ zł

Brudnopis

Zadanie 3. (0–1)

Właściciel sklepu kupił w hurtowni 50 par identycznych spodni po x zł za parę i 40 identycznych marynarek po y zł za sztukę. Za zakupy w hurtowni zapłacił 8000 zł. Po doliczeniu marży 50% na każdą parę spodni i 20% na każdą marynarkę ceny detaliczne spodni i marynarki były jednakowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cenę pary spodni x oraz cenę marynarki y, jakie trzeba zapłacić w hurtowni, można obliczyć z układu równań

A. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 0{,}5x = 0{,}2y \end{cases}$

B. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 0{,}5x = 0{,}2y \end{cases}$

C. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 1{,}5x = 1{,}2y \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 1{,}5x = 1{,}2y \end{cases}$

Brudnopis

Zadanie 4. (0–1)

Liczby rzeczywiste x i y są dodatnie oraz $x \neq y$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $\frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y}$ można przekształcić do postaci

A. $\frac{2}{x-y}$ **B.** $\frac{2}{x^2-y^2}$ **C.** $\frac{2x}{x^2-y^2}$ **D.** $\frac{-2xy}{x+y}$

Brudnopis

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym wszystkie cyfry są różne, jest

A. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$ **B.** $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ **C.** $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ **D.** $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

Brudnopis

Zadanie 6. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -\log x$ dla wszystkich liczb rzeczywistych dodatnich x.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

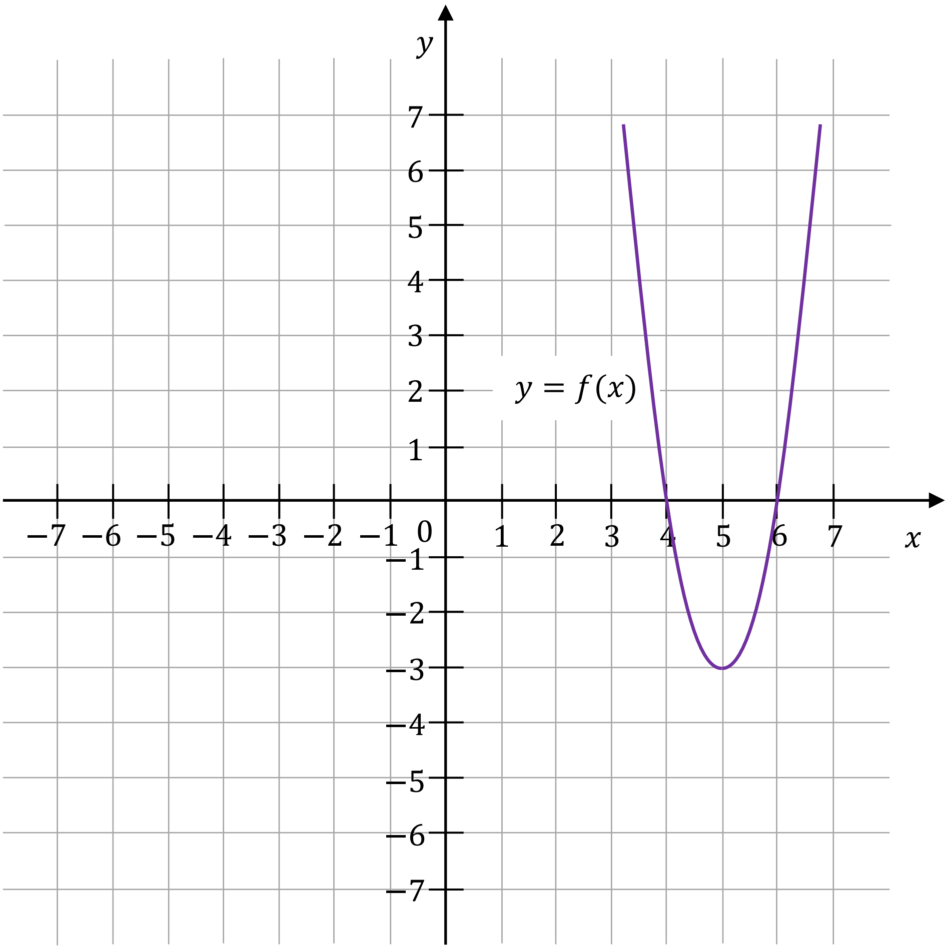
Wartość funkcji f dla argumentu $x = \sqrt{10}$ jest równa

A. 2 **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** (-2)

Brudnopis

Zadanie 7.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, ma współrzędne $(5, -3)$. Jeden z punktów przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych ma współrzędne $(4, 0)$.



7.1.
0–1

Zadanie 7.1. (0–1)

Zapisz poniżej zbiór wszystkich wartości funkcji f.

....

Brudnopis

Zadanie 7.2. (0–2)

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.

Zapisz obliczenia.

7.2.
0–1–2

Zadanie 8. (0–1)

Dana jest nierówność kwadratowa

$$(3x-9)(x+k)<0$$

z niewiadomą x i parametrem $k \in \mathbb{R}$. Rozwiązaniem tej nierówności jest przedział $(-2, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. (-2) **B.** 2 **C.** (-3) **D.** 3

Brudnopis

Zadanie 9. (0–1)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x)=ax^2+bx+c$, gdzie a, b i c są liczbami rzeczywistymi takimi, że $a \neq 0$ oraz $c<0$. Funkcja f nie ma miejsc zerowych.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Wykres funkcji f leży w całości

A.	nad osią Ox,	ponieważ	**1.**	$a<0$ i $b^2-4ac<0$.
			2.	$a>0$ i $b^2-4ac<0$.
B.	pod osią Ox,		**3.**	$a<0$ i $b^2-4ac=0$.

Brudnopis

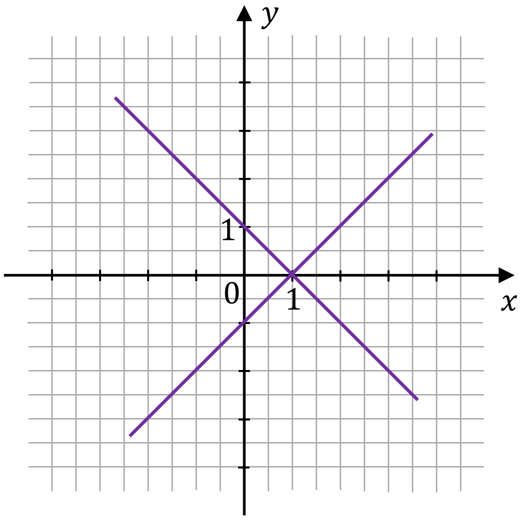
Zadanie 10. (0–1)

Dany jest układ równań

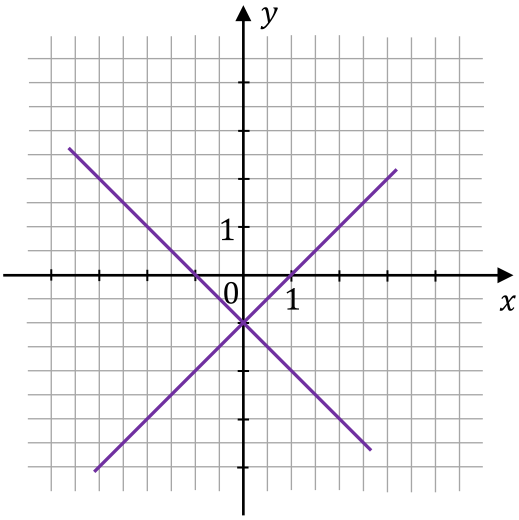
$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

Na którym z rysunków A–D przedstawiona jest interpretacja geometryczna tego układu równań? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

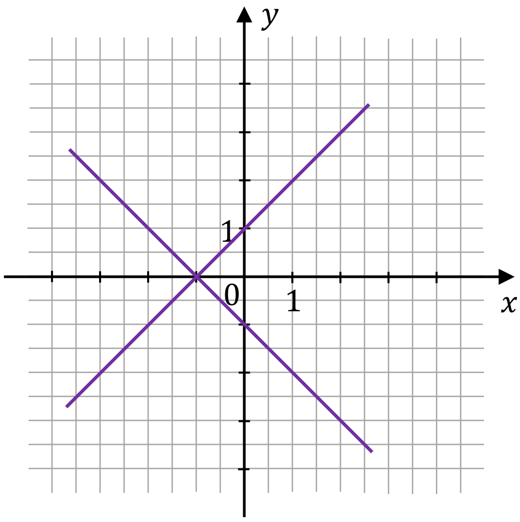
A.



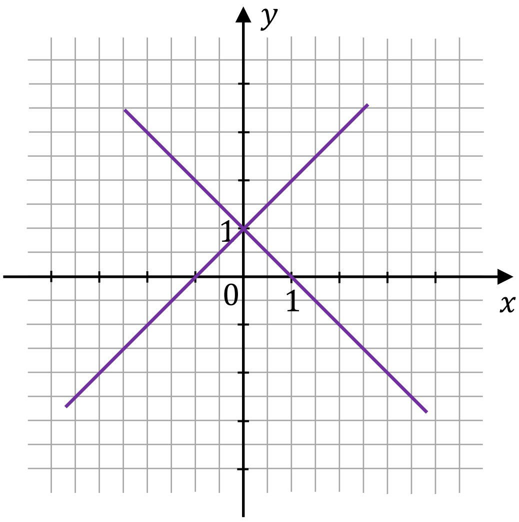
B.



C.



D.



Zadanie 11. (0–1)

Dany jest wielomian W określony wzorem $W(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 6$ dla każdej liczby rzeczywistej x.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wielomian W przy rozkładzie na czynniki ma postać

A. $W(x) = (x + 2)(x^2 - 3)$

B. $W(x) = (x - 2)(x^2 - 3)$

C. $W(x) = (x + 2)(x^2 + 3)$

D. $W(x) = (x - 2)(x^2 + 3)$

Brudnopis

Zadanie 12. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(4-x)(2x-3)}{(3x-5)(3-2x)} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie.

B. dwa rozwiązania.

C. trzy rozwiązania.

D. cztery rozwiązania.

Brudnopis

Zadanie 13. (0–1)

Dana jest nierówność

$$2 - \frac{x}{2} \geq \frac{x}{3} - 3$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

A. 6 **B.** 5 **C.** 7 **D.** (-6)

Brudnopis

Zadanie 14. (0–2)

14. 0–1–2

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $5n^2 + 15n$ jest podzielna przez 10.

Zadanie 15. (0–1)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 2n^2 + n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest malejący.	**P**	**F**
Ósmy wyraz ciągu (a_n) jest równy 136.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 16. (0–1)

Pięciowyrazowy ciąg $\left(-3, \frac{1}{2}, x, y, 11\right)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby x oraz y są równe

A. $x = 4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

B. $x = \frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

C. $x = -4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

D. $x = -\frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

Brudnopis

Zadanie 17. (0–2)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.
W tym ciągu $a_1 = -5$, $a_2 = 15$, $a_3 = -45$.

17.
0–1–2

Dokończ zdanie. Zaznacz <u>dwie</u> odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Wzór ogólny ciągu (a_n) ma postać

A. $a_n = -5 \cdot (-3)^{n-1}$

B. $a_n = -5 \cdot (-3)^n$

C. $a_n = -5 \cdot 3^{n-1}$

D. $a_n = -5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

E. $a_n = 5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

F. $a_n = 5 \cdot (-3)^n \cdot 3$

Brudnopis

Zadanie 18. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\frac{1}{\sin^2\alpha} + \frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{64}{9}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

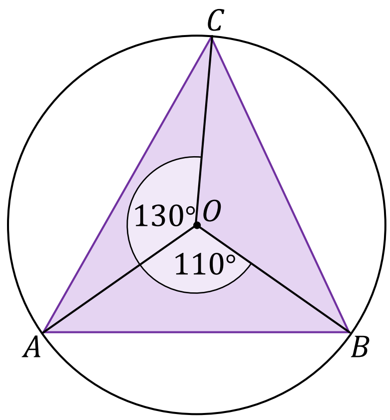
Wartość wyrażenia $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ jest równa

A. $\frac{8}{3}$ **B.** $\frac{3}{8}$ **C.** $\frac{64}{9}$ **D.** $\frac{9}{64}$

Brudnopis

Zadanie 19. (0–1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek).
Ponadto $|\sphericalangle AOC| = 130°$ oraz $|\sphericalangle BOA| = 110°$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta wewnętrznego BAC trójkąta ABC jest równa

A. $60°$

B. $55°$

C. $50°$

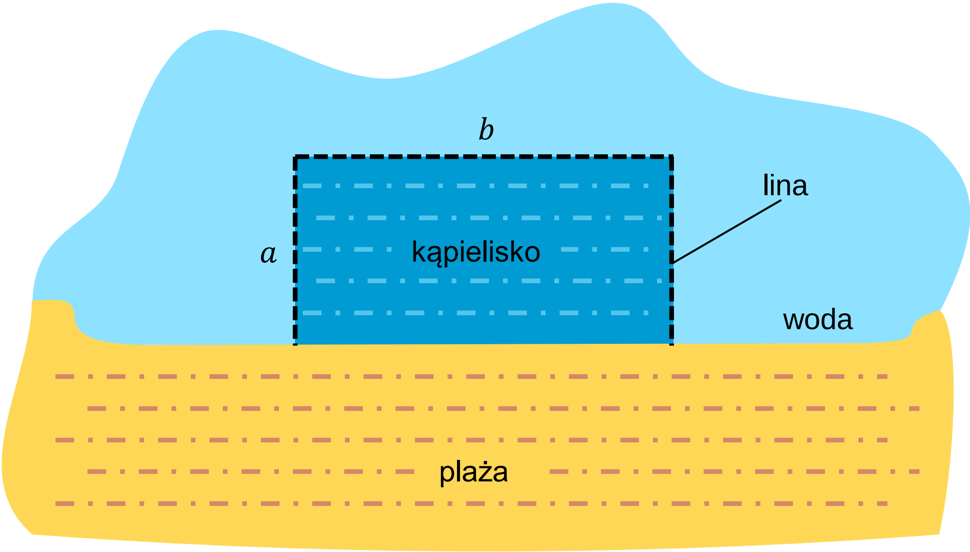
D. $65°$

Brudnopis

Kolejne zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

Zadanie 20. (0–4)

Do wyznaczenia trzech boków pewnego kąpieliska w kształcie prostokąta należy użyć liny o długości 200 m. Czwarty bok tego kąpieliska będzie pokrywał się z brzegiem plaży, który w tym miejscu jest linią prostą (zobacz rysunek).



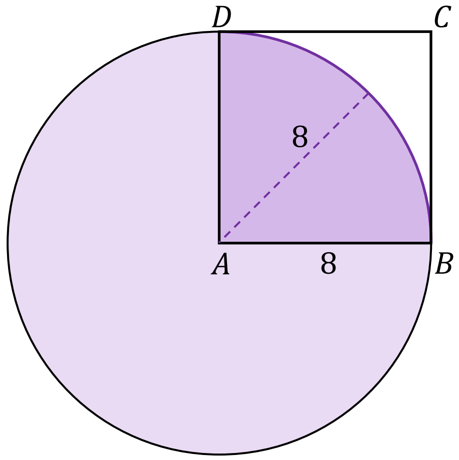
Oblicz wymiary a i b kąpieliska tak, aby jego powierzchnia była największa.

Zapisz obliczenia.

20.
0–1–2–3–4

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 8.
Z wierzchołka A zakreślono koło o promieniu równym długości boku kwadratu (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

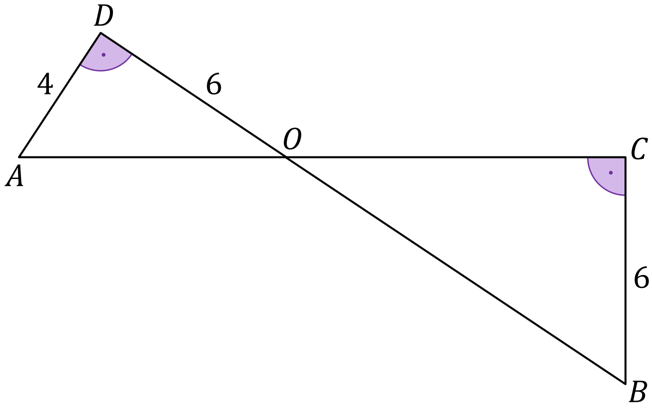
Pole powierzchni części wspólnej koła i kwadratu jest równe

A. 16π **B.** 8π **C.** $4\sqrt{2}\pi$ **D.** $16\sqrt{2}\pi$

Brudnopis

Zadanie 22. (0–1)

Odcinki AC i BD przecinają się w punkcie O. Ponadto $|AD| = 4$ i $|OD| = |BC| = 6$.
Kąty ODA i BCO są proste (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

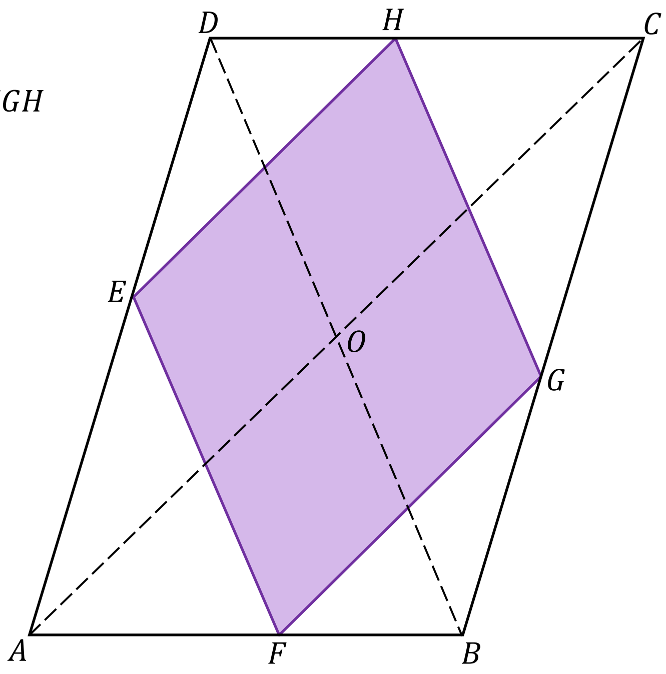
Długość odcinka OC jest równa

A. 9 **B.** 8 **C.** $2\sqrt{13}$ **D.** $3\sqrt{13}$

Brudnopis

Zadanie 23. (0–2)

Przekątne równoległoboku $ABCD$ mają długości: $|AC| = 16$ oraz $|BD| = 12$. Wierzchołki E, F, G oraz H rombu $EFGH$ leżą na bokach równoległoboku $ABCD$ (zobacz rysunek).
Boki tego rombu są równoległe do przekątnych równoległoboku.



23.
0–1–2

Oblicz długość boku rombu $EFGH$.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 24. (0–2)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AC| = 4$, $|AB| = 3$, $\cos \sphericalangle BAC = \frac{4}{5}$.

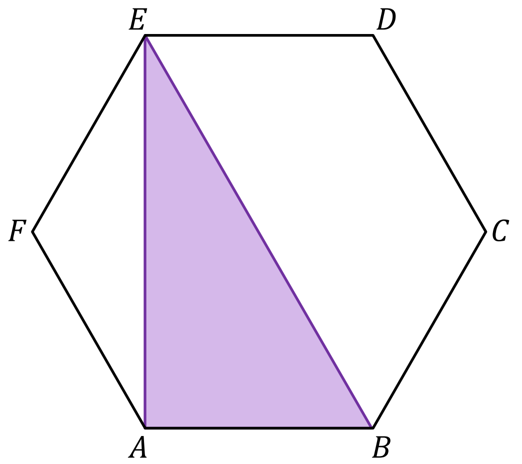
Oblicz pole trójkąta ABC.

Zapisz obliczenia.

24.
0–1–2

Zadanie 25.

Dany jest sześciokąt foremny $ABCDEF$ o polu równym $6\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).



Zadanie 25.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta ABE jest równe

A. 6 **B.** $4\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** 4

Brudnopis

Zadanie 25.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

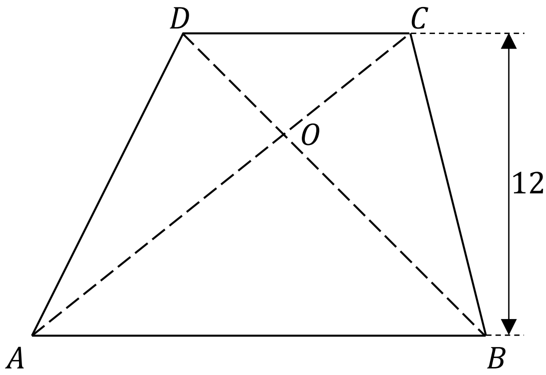
Długość odcinka AE jest równa

A. 2 **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $4\sqrt{3}$ **D.** 4

Brudnopis

Zadanie 26. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym $AB||CD$ oraz przekątne AC i BD przecinają się w punkcie O (zobacz rysunek). Wysokość tego trapezu jest równa 12. Obwód trójkąta ABO jest równy 39, a obwód trójkąta CDO jest równy 13.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość trójkąta ABO poprowadzona z punktu O jest równa

A. 3 **B.** 4 **C.** 9 **D.** 6

Brudnopis

Zadanie 27. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o równaniu

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ przecina oś Oy w punktach o współrzędnych

A. $(0, 1)$ i $(0, 5)$.

B. $(0, 1)$ i $(0, -5)$.

C. $(1, 0)$ i $(5, 0)$.

D. $(0, -1)$ i $(0, 5)$.

Brudnopis

Zadanie 28. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są proste k oraz l o równaniach

k: $y = \frac{1}{3}x - 1$

l: $y = -3x + 6$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l

A. nie mają punktów wspólnych.

B. są prostopadłe.

C. przecinają się w punkcie $P = (0, -1)$.

D. się pokrywają.

Brudnopis

Zadanie 29. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są punkty $A = (1, 2)$ i $B = (2m, m)$, gdzie m jest liczbą rzeczywistą, oraz prosta k o równaniu $y = -x - 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

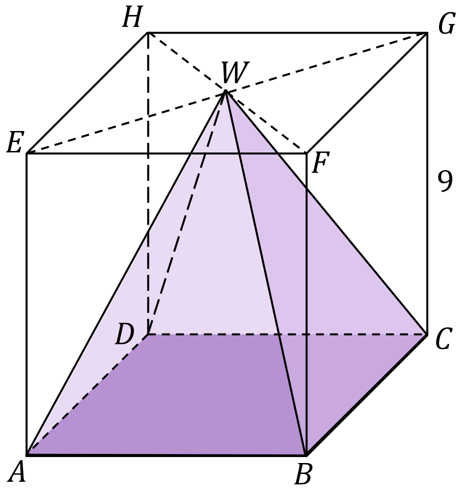
Prosta przechodząca przez punkty A i B jest równoległa do prostej k, gdy

A. $m = -1$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = \frac{1}{2}$ **D.** $m = 2$

Brudnopis

Zadanie 30.

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 9. Wierzchołki podstawy $ABCD$ sześcianu połączono odcinkami z punktem W, który jest punktem przecięcia przekątnych podstawy $EFGH$. Otrzymano w ten sposób ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDW$ (zobacz rysunek).



Zadanie 30.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość V ostrosłupa $ABCDW$ jest równa

A. 243 **B.** $364{,}5$ **C.** 489 **D.** 729

Brudnopis

30.2.

0–1–2

Zadanie 30.2. (0–2)

Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 31. (0–1)

Dany jest sześcian $\mathcal{F}$ o krawędzi długości a i objętości V oraz sześcian $\mathcal{G}$ o krawędzi długości $3a$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość sześcianu $\mathcal{G}$ jest równa

A. $3V$ **B.** $9V$ **C.** $18V$ **D.** $27V$

Brudnopis

Zadanie 32. (0–1)

Na loterii stosunek liczby losów wygrywających do liczby losów przegrywających jest równy $2:7$. Zakupiono jeden los z tej loterii.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że zakupiony los jest wygrywający, jest równe

A. $\frac{1}{9}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{9}$ **D.** $\frac{2}{7}$

Brudnopis

Zadanie 33. (0–2)

W eksperymencie badano kiełkowanie nasion w pięciu donicach. Na koniec eksperymentu policzono wykiełkowane nasiona w każdej z donic:

- w I donicy – 133 nasiona
- w II donicy – 140 nasion
- w III donicy – 119 nasion
- w IV donicy – 147 nasion
- w V donicy – 161 nasion.

Odchylenie standardowe liczby wykiełkowanych nasion jest równe $\sigma = 14$.

33.
0–1–2

Podaj numery donic, w których liczba wykiełkowanych nasion mieści się w przedziale określonym przez jedno odchylenie standardowe od średniej.

Zapisz obliczenia.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2023

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2023

MATEMATYKA
Poziom podstawowy
Formuła 2023